

Д.В. Казанцев

Классические аналоговые схемы

Учебное пособие



Издательский дом
Высшей школы экономики
МОСКВА, 2026

УДК 621.377.061(075.8)

ББК 32.844

К14



<https://elibrary.ru/iunqzk>

Рецензенты:

М.Р. Трунин, доктор физико-математических наук, профессор,
декан факультета физики НИУ ВШЭ;

А.Ю. Клоков, кандидат физико-математических наук, ведущий научный
сотрудник Лаборатории спиновой физики двумерных материалов
Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

Казанцев, Д. В. Классические аналоговые схемы [Текст] : учеб. пособие / Д. В. Казанцев ; Нац. исслед. ун-т Высшая школа экономики. — М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2026. — 384 с. — 500 экз. — ISBN 978-5-7598-2708-5 (в обл.). — ISBN 978-5-7598-4486-0 (e-book).

В учебном пособии собраны известные автору удачные схемные решения, имеющие хождение в среде экспериментаторов — лазерщиков и радиофизиков. Подавляющая часть этих схемных решений найдена автором в учебниках по радиоэлектронике и технических рекомендациях фирм — производителей радиокомпонентов, некоторые решения услышаны от коллег, и небольшую часть схем автор выдумал сам в процессе многолетней работы физиком-экспериментатором.

Книга предназначена для студентов и аспирантов физических факультетов (ученых), намеренных самостоятельно разрабатывать и использовать самодельные электронные устройства, в основном такие, которые не производятся промышленностью массово (предусилители, фильтры, датчики, схемы детектирования узкополосных сигналов). Она будет также полезна студентам и выпускникам радиотехнических вузов (инженерам), намеренным узнать фундаментальные основания для эмпирических формул расчета аппаратуры, содержащихся в инженерных справочниках. Автор предполагает использовать эту книгу в качестве пособия для курса измерительной радиоэлектроники, который ведет на факультете физики Высшей школы экономики.

УДК 621.377.061(075.8)

ББК 32.844

Опубликовано Издательским домом Высшей школы экономики
<http://id.hse.ru>

doi:10.17323/978-5-7598-2708-5

ISBN 978-5-7598-2708-5 (в обл.)

ISBN 978-5-7598-4486-0 (e-book)

© Казанцев Д.В., 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

От автора	8
Глава 1. Пассивные компоненты	11
1.1. Конденсаторы	11
1.1.1. Керамические конденсаторы	14
1.1.2. Пленочные конденсаторы	22
1.1.3. Электролитические конденсаторы	24
1.2. Дроссель	25
1.2.1. Нелинейность зависимости индукции от тока (насыщение сердечника)	28
1.2.2. Энергия, запасенная в дросселе	28
1.2.3. Народные способы измерения индуктивности	30
1.2.4. Народный способ измерения индукции насыщения	33
1.3. Трансформатор	37
1.3.1. Принцип работы трансформатора	37
1.3.2. Направления токов и полярности напряжений	39
1.3.3. Индуктивность обмотки	39
1.3.4. Мощность сердечника	40
1.3.5. Число витков на вольт	42
1.3.6. Сечение проводов обмотки	43
1.4. Схемы из резисторов и конденсаторов	43
1.4.1. Интегрирующая <i>RC</i> -цепочка	45
1.4.2. Дифференцирующая <i>RC</i> -цепочка	49
Глава 2. Диоды	52
2.1. Полупроводниковый диод	52
2.2. Диодный мост (схема Гретца)	52
2.3. Время рассасывания	55
2.4. Детектирование сигналов	59
2.5. Защита входов от пробоя	61
2.6. Защита выходов от пробоя (индуктивная нагрузка)	62
Глава 3. Транзисторы	64
3.1. Биполярный транзистор	64
3.1.1. Сопротивление [дифференциальное] эмиттерного перехода	66
3.1.2. Сопротивление [дифференциальное] коллекторного перехода	67
3.1.3. Регулируемый стабилитрон	68

3.1.4. Токовое зеркало	70
3.1.5. Фабричные токовые зеркала	71
3.1.6. Народное токовое зеркало	71
3.1.7. Фабричные генераторы тока	72
3.1.8. Народный генератор тока (транзистор + стабилитрон)	75
3.1.9. Усилительный каскад на биполярном транзисторе	76
3.1.10. Эмиттерный повторитель	78
3.1.11. Схемы Дарлингтона и Шиклаи	80
3.1.12. Однотактный и двухтактный выходные каскады. Режимы А и В	84
3.1.13. Квазидвухтактный высоковольтный усилитель	87
3.2. Полевой транзистор.	90
3.2.1. «Почему не работает?» Входная емкость полевого транзистора	97
3.2.2. Применение полевых транзисторов для управления мощным током	99
3.3. Дифференциальная схема	104
3.3.1. Дифференциальный каскад на биполярных транзисторах	104
3.3.2. Стробирование с помощью дифференциальной схемы	107
3.4. Каскодная схема	112
3.5. «Почему не работает?» Нелинейность базового тока	119
3.6. «Почему не работает?» Процессы выключения	123
3.7. Лавинный транзистор	124
Глава 4. Ключевые (импульсные) преобразователи напряжения в источниках питания.	128
4.1. Понижающий преобразователь напряжения (buck converter)	130
4.2. Повышающий преобразователь напряжения (boost converter)	132
4.3. Преобразователь SEPIC (Single-Ended Power Inductor Connecting)	134
4.4. Многофазное включение дросселей в ключевых блоках питания	140
4.5. Дополнительные функции микросхем-контроллеров ключевых преобразователей напряжения	146
Глава 5. Источники питания	147
5.1. Мощность сердечника	147
5.2. Число витков на вольт.	148
5.3. Топологии (принципы соединения деталей) трансформаторных блоков питания	149
5.3.1. Симметричное подключение симметричного меандра	149
5.3.2. Общая идея большинства преобразователей сетевого напряжения	153
5.3.3. Преобразователь обратного хода (flyback converter)	154
5.3.4. Преобразователь прямого хода (forward converter)	158
5.3.5. Принудительное перемагничивание первичной обмотки обратным напряжением	164

5.3.6. Общие требования к изолирующим преобразователям напряжения	176
5.3.7. Передача величины выходного напряжения или регулирующего воздействия из вторичной в первичную часть	179
5.3.8. Питание самого контроллера	197
5.4. Выводы по разделу	198
Глава 6. Операционные усилители	199
6.1. Обратная связь	199
6.2. Идеальный операционный усилитель	202
6.3. Неидеальности операционных усилителей	208
6.3.1. Ограниченная частотная полоса малосигнального отклика	208
6.3.2. Скорость нарастания сигнала	208
6.3.3. Напряжение смещения входа	211
6.3.4. Входной ток	213
6.4. Схемы на операционных усилителях	215
6.4.1. Общие особенности схем на операционных усилителях	215
6.4.2. Трансимпедансный каскад (преобразователь тока в напряжение)	216
6.4.3. Повторитель напряжения	223
6.4.4. Инвертирующий сумматор	224
6.4.5. Каскад с регулируемой полярностью усиления	225
6.4.6. Интегратор	227
6.4.7. Требования к радиодеталям интегратора	230
6.4.8. Интегратор со сбросом	230
6.4.9. Дифференцирующий каскад	235
6.4.10. Формирование разности напряжений (вычитание сигналов)	237
6.4.11. Усилители напряжения с программируемым коэффициентом усиления	244
6.4.12. Усилители напряжения с фиксированным коэффициентом усиления	246
6.4.13. Генератор тока на полевом транзисторе	247
6.4.14. Пиковый детектор	250
6.4.15. Прецизионный диод отсечки	252
6.4.16. «Почему не работает?» Внутренние особенности схемы ОУ	256
6.4.17. Генератор синусоидального сигнала	259
6.4.18. Микросхемы автоматической регулировки усиления (АРУ)	265
6.4.19. Перемножитель и делитель	266
6.4.20. Увеличение размаха выходного напряжения (следящее питание)	270
6.4.21. Высоковольтный усилитель на основе ОУ	273
6.5. Коррекция искажений	276
6.5.1. Компенсация емкости кабеля в трансимпедансном каскаде на ОУ	276

6.5.2. Компенсация емкости кабеля повторителем напряжения	277
6.5.3. Компенсация емкости датчика вычитанием копии	277
6.5.4. Компенсация чрезмерной добротности кварцевого камертона . . .	282
6.5.5. Компенсация смещений напряжения в проводах земли кабеля . .	286
6.5.6. «Почему не работает?» Пробой входов чрезмерным дифференциальным напряжением	290
Глава 7. Датчики	292
7.1. Четырехпроводная схема измерения тока	292
7.2. Работа с мостовыми датчиками	294
7.2.1. Измерительный мост Уитстона	294
7.3. Датчики температуры	297
7.3.1. Термопара	297
7.3.2. Диод	301
7.3.3. Терморезистор	301
7.3.4. Современные альтернативы схем измерения температуры	302
7.4. Фотоприемники	302
7.4.1. Фотоэлектронный умножитель	302
7.4.2. Полупроводниковые фотоприемники	316
7.4.3. Фотодиод	327
Приложение 1	333
П1.1. Преобразование Фурье	333
П1.1.1. Преобразование Фурье на отрезке. Теорема Фурье	333
П1.2. Эквивалентность временного и частотного спектра энергии. Теорема Парсевала	334
П1.3. Преобразование Фурье на бесконечной прямой	335
П1.4. Формула Эйлера. Комплексные числа	336
П1.5. Спектр дельта-функции	337
П1.6. Спектр затухающего колебания	337
П1.7. Линейные задачи	339
П1.7.1. Этимология слова «линейность»	339
П1.7.2. Линейность дифференциальных уравнений и описываемых ими систем	340
П1.8. Вынужденные колебания в LCR-контуре	341
П1.9. Импедансы	343
П1.10. Действительная/мнимая компонента импеданса и потери	344
П1.11. Соотношения Крамерса–Кронига	345
П1.12. Волновая математика. Пространство волновых векторов	346
П1.13. Спектр модулированного сигнала	347
П1.14. Модуляция меандра	350

П1.15. Демодуляция синусоидального сигнала	352
П1.16. Спектр пачки импульсов	354
П1.17. Соотношения неопределенностей Хайзенберга	355
П1.18. Полезные математические формулы	358
Приложение 2	359
П2.1. Физика полупроводников (важные фрагменты)	359
П2.2. Зонная структура полупроводника	359
П2.3. Распределение Ферми	365
П2.4. Легирование полупроводника	366
П2.5. Воздействие электрического поля	369
П2.5.1. Отклик на электрическое поле в пространстве волновых векторов	369
П2.5.2. Отклик на электрическое поле в пространстве координат	371
П2.5.3. Дифференциальное сопротивление <i>pn</i> -перехода	376
П2.5.4. Емкость <i>pn</i> -перехода	376
П2.5.5. Переменная концентрация легирования: <i>pin</i> -диоды	378
П2.5.6. Контакт «металл–полупроводник». Диод Шоттки	378
П2.5.7. Контакт «металл–полупроводник». Омический контакт	382
П2.5.8. Подповерхностный проводящий канал (полевой транзистор)	382

ОТ АВТОРА

При написании этой книги перед автором в качестве недостижимого идеала стояла замечательная книга¹ Хоровица и Хилла «Искусство схемотехники», которая ближе по жанру к учебнику. В отличие от нее, предлагаемая книга была задумана как сборник удачных схем аналоговой электроники. Изящные схемные решения — область коллективной культуры радиоинженеров, по принципам существования близкая к фольклору. Они нередко передаются изустно, как анекдоты, и зачастую (как и с анекдотами) бывает затруднительно установить их автора.

Большинство схем включения транзисторов и операционных усилителей, помещенных в качестве классики в этот сборник, можно найти и в Хоровице–Хилле. Между тем некоторые известные схемы туда не попали, и автор пользуется возможностью выложить их тут на видное место тоже.

Многие схемные решения содержатся в справочных листках на транзисторы и микросхемы, предлагаемых их фирмами-изготовителями. Скорее всего, именно оттуда они попали в энциклопедическую книгу Хоровица–Хилла. Автор пошел по аналогичному пути: перенес их в этот сборник, снабдив своими комментариями. Следуя возможностям времени, автор поместил в сносках интернет-ссылки на эти материалы, чтобы сэкономить читателю поиск среди справочных листков (datasheets) и рекомендаций по применению (application notes), размещенных в Интернете фирмами — изготовителями компонентов.

В современных устройствах значительная часть обработки сигнала производится в цифровой форме. Быстродействие современных процессоров позволяет обеспечивать весьма сложные и эффективные алгоритмы обработки данных, открывающие замечательные возможности. Тем не менее любой сигнал от внешнего мира перед тем, как попасть в процессор, был когда-то аналоговым сигналом. Если аналоговая аппаратура имеет высокий уровень шумов или вносит большие искажения — никакая цифровая обработка потом уже не спасет. Программным методам обработки данных должна быть посвя-

¹ Хоровиц П., Хилл В. Искусство схемотехники. М.: Мир, 1998.

цена отдельная книга (такие есть), и поэтому они не были тут рассмотрены совсем.

Автор обошел вниманием цифровые схемные решения. Среди них в 1980–2000-е годы тоже было немало остроумных находок, однако стремительное развитие цифровой техники в последнее десятилетие перенесло разработку цифровых схем в область программирования ПЛИС² (FPGA³). По этой же причине остались за рамками повествования жемчужины ламповой схемотехники, например многопентодный усилитель высокой частоты на линиях задержки⁴ (усилитель с распределенным усилением). Многие молодые радиоинженеры даже не способны восхититься блистательной отгадкой в ламповой технике, поскольку уже не способны воспринять саму загадку.

Напротив: с момента выхода в свет «Искусства схемотехники» Хоровица–Хилла появились мощные полевые транзисторы с миллиомным сопротивлением канала в открытом состоянии и микросекундными временами переключения. Это привело к появлению множества разнообразных схем импульсных блоков питания (с повышением напряжения, с его понижением, со сменой полярности, с преобразованием выпрямленного напряжения сети...), разобрать работу которых автор нашел полезным.

В предлагаемой книге есть скучная глава: расчет индуктивностей и трансформаторов. Автор всю жизнь мучился от инфомационной жажды между двумя полноводными мирами: миром университетских учебников по электродинамике (формулы в которых безупречно соответствуют уравнениям Макс-

² ПЛИС = Программируемая Логическая Интегральная Схема. В этих микросхемах изготовителем размещено на полупроводниковом кристалле огромное количество одинаковых логических элементов, а принципиальная схема устройства задается при программировании ПЛИС путем электрической активации соединяющих эти элементы «проводников» — электронных ключей в составе чипа, приобретающих включенное или выключенное состояние под действием записанных в соответствующие ячейки памяти битов. Вероятно, более корректно использовать сегодняшнее сокращение ППЛМ = Программируемая Пользователем Логическая Матрица.

³ FPGA = Field-Programmable Gate Array.

⁴ Схема позволила при параллельном включении нескольких радиолмп суммировать крутизну их анодно-сеточной характеристики, не суммируя при этом их проходные (анодно-сеточные) емкости, и таким образом повысить максимальную частоту усиления каскада. Схема УРУ была повторена в 1970-х на транзисторах, но широкого применения уже не нашла.

велла, но не позволяют адекватно рассчитать дроссель) и миром инженерных справочников (формулы в которых эмпирически верны, как поваренная книга, но не вытекают понятным образом из законов Природы). Автор предпринял еще одну попытку описания дросселей, с целью утолить интеллектуальную жажду читателя, расположенного между чисто инженером и чисто ученым. Глава занудная, читать ее для удовольствия автор не рекомендует.

Есть в книге две главы «Преобразование Фурье» и «Физика полупроводников». Это не разделы учебника. Хорошо разобравшийся в математическом анализе или физике твердого тела читатель найдет в них нестрогости и даже явно ложные заявления в промежуточных рассуждениях. Они отличаются от учебника примерно так же, как туристический путеводитель по городу (например, Риму, Венеции, Флоренции) отличается от его топографического плана, на котором каждый фонтан, каждый дом и каждая трансформаторная будка показаны с метровой точностью. Да, для таксиста, водопроводчика, электрика, ежедневно работающего в городе на протяжении многих лет, точный топографический план многократно полезнее. Однако у туриста в распоряжении всего неделя, и ему важно не пропустить только самые красивые достопримечательности города. На схеме путеводителя обозначены (не в масштабе) музей, где в каждом зале висят полотна великих мастеров, или великолепный собор, которым можно полюбоваться с широкой площади, или церквушка в глухом переулке, в которой сразу слева от входа стоит в полумраке мраморная скульптура — шедевр Возрождения, или кафе, где можно недорого и вкусно перекусить. Вот в таком примерно духе и написаны упомянутые тут главы для радиофизиков: там перечислены самые важные результаты математики Фурье или физики твердого тела, мимо которых проскочить радисту было бы обидно.

ПАССИВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

1.1. Конденсаторы

В идеале, конденсатор — это такой электронный элемент, в котором ток через обкладки пропорционален скорости изменения напряжения на нем $I(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt}$. Механически конденсатор, как правило, состоит из двух более-менее параллельных проводящих (например, металлических) изолированных друг от друга пластин (рис. 1), пространство между которыми заполнено диэлектриком.

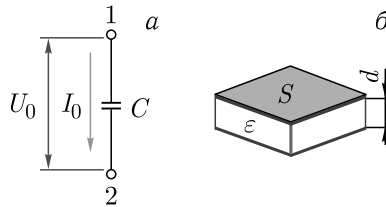


Рис. 1. (а) Условное графическое обозначение конденсатора. Ток и напряжение на нем. (б) Физическое устройство конденсатора. Проводящие обкладки площадью S разделены непроводящим диэлектриком, толщина которого d , а значение диэлектрической проницаемости ϵ

Упомянутый тут параметр C называется емкостью конденсатора. С точки зрения комплексной арифметики, когда все напряжения и токи в схеме являются синусоидальными колебаниями на одной частоте ω и представимы в виде

$$U(t) = U_0 \exp(i\omega t) \quad \text{и} \quad I(t) = I_0 \exp(i\omega t), \quad (1.1)$$

где U_0 и I_0 — комплексные числа, идеальный конденсатор имеет импеданс (комплексное сопротивление)

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C}. \quad (1.2)$$

В таком случае комплексная амплитуда тока связана с комплексной амплитудой напряжения выражением, аналогичным закону Ома:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z_C} = i\omega C U_0. \quad (1.3)$$

Емкость конденсатора (рис. 1) пропорциональна площади S образующих его проводящих пластин и диэлектрической проницаемости материала между пластинами

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (1.4)$$

С уменьшением толщины заполненного диэлектриком зазора емкость конденсатора растет. При этом, правда, уменьшается допустимое электрическое напряжение между обкладками: напряженность поля в диэлектрике

$$E_0 = \frac{U_0}{d} \quad (1.5)$$

как в комплексной, так и в статической записи, и при уменьшении зазора напряженность растет. Когда напряженность превысит значение электрической прочности диэлектрика, произойдет пробой. С большой вероятностью возникший в точке пробоя ток разрушит конденсатор.

Как видно из (1.4), емкость конденсатора пропорциональна диэлектрической проницаемости материала, заполняющего пространство между обкладками. Это значит, что если взять материал с высокой диэлектрической проницаемостью, размер конденсатора такой же емкости окажется меньше во столько раз, во сколько раз выше его диэлектрическая проницаемость ε .

Вывод: для увеличения емкости конденсатора при заданном физическом размере следует увеличить площадь обкладок, уменьшить толщину зазора и заполнить пространство между обкладками диэлектриком с высоким значением ε .

В реальности конденсатор моделируется на схеме¹ несколько сложнее (рис. 2), чем просто конденсатор с идеальным диэлектриком между обкладок. Во-первых, сопротивление диэлектрика не бесконечно велико. Это означает, что в конденсаторе между обкладками текут (небольшие) токи, в первом приближении пропорциональные приложенному напряжению, и в модели разумно нарисовать параллельный резистор EPR (Equivalent Parallel Resistor).

¹Op Amp Applications / ed. by W. J. Jung. Analog Devices, 2002. ISBN-0-916550-26-5.

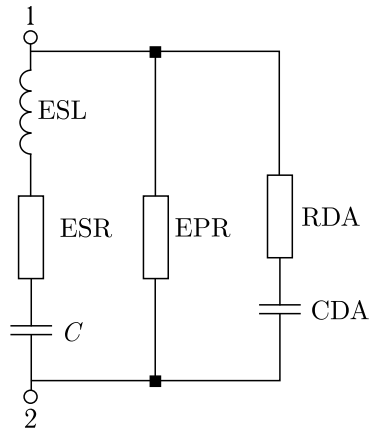


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема реального конденсатора. Сама емкость конденсатора изображена на схеме как конденсатор C . Утечка моделируется эквивалентным сопротивлением утечки EPR (Equivalent Parallel Resistor). Конечное сопротивление проводков или электролита, подводящих ток к обкладкам, моделируется эквивалентным последовательным сопротивлением ESR (Equivalent Series Resistor). Индуктивность внутренних проводников моделируется последовательной индуктивностью ESL . Абсорбция заряда моделируется конденсатором CDA и резистором RDA , предотвращающим его мгновенный разряд при замыкании выводов 1 и 2

Во-вторых, проводники внутри реального конденсатора могут иметь конечное сопротивление, и модель должна содержать резистор, включенный с воображаемым идеальным конденсатором последовательно (ESR , Equivalent Series Resistor). Кроме того, проводники внутри конденсатора могут иметь некоторую индуктивность, и это разумно отразить в модели последовательно подсоединенной индуктивностью ESL . В-третьих, наконец, модель конденсатора должна отразить явление диэлектрической абсорбции (Dielectric Absorption): при например попытке разрядить конденсатор (рис. 3), замкнув полностью его выводы на короткое время, оказывается, что часть заряда на обкладках осталась, т.е. что конденсатор с замкнутыми выводами повел себя скорее как батарейка. Величина этого остатка заряда составляет от миллионных долей до нескольких процентов у разных типов конденсаторов, и в некоторых случаях о ней не следует забывать. Моделированию диэлектрической абсорбции служат элементы RDA и CDA на эквивалентной схеме конденсатора.

Все эти компоненты изображены на рис. 2. Недостатки реального конденсатора этим не исчерпываются, и эквивалентная схема рис. 2 не передает

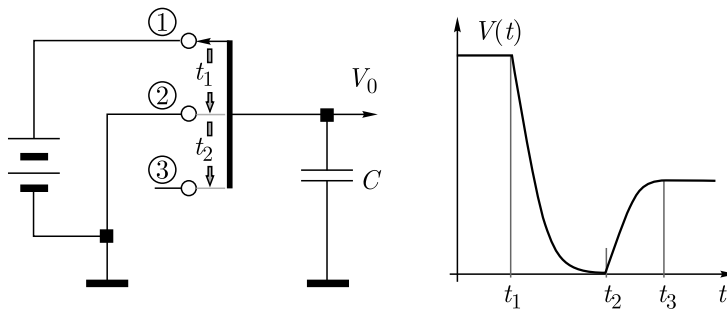


Рис. 3. Явление абсорбции в конденсаторе. Кратковременное закорачивание обкладок конденсатора (слева), длящееся с момента t_1 (справа) до момента t_2 , не приводит к полному обнулению заряда в нем. Через некоторое время (к моменту t_3) напряжение на «разряженном» конденсаторе возникает вновь²

всю длину списка известных пороков реального конденсатора — например, конечного времени отклика диэлектрика конденсатора на высоких частотах. Надеюсь рассказать об этих неидеальностях ниже, в разделах про конкретные разновидности конденсаторов.

1.1.1. Керамические конденсаторы.

Устройство SMD-конденсатора. Устройство керамического конденсатора показано на рис. 4.

Основу конденсатора составляют слои керамики, перемежаемые металлическими слоями, образующими обкладки. Понятное дело, для совсем маленьких емкостей (1–100 пФ) многослойность не нужна.

Некоторые вещества (титанат бария и стронция, соли лантана и некоторые другие) являются сегнетоэлектриками. В сегнетоэлектриках кристаллическая ячейка склонна приобретать огромную поляризацию. Создавать в окружающей среде огромное электростатическое поле энергетически невыгодно, и поэтому поликристалл сегнетоэлектрика содержит домены — области определенной поляризации, которые в веществе ориентированы хаотически и потому среднее поле вне диэлектрика невелико. Под действием внешнего электрического поля домены в диэлектрике охотно меняют ориентацию электрического поля в них, и это макроскопически приводит к огромному значению наблюдаемой диэлектрической проницаемости (до десятков тысяч).

² Op Amp Applications.

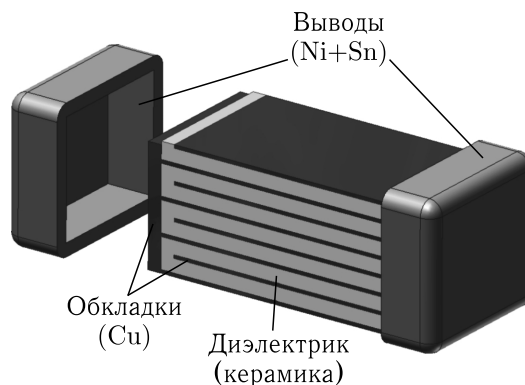


Рис. 4. Внутреннее устройство керамического многослойного конденсатора для поверхностного (SMD) монтажа. Чашечки монтажных выводов (одна из них показана сдвинутой, открывая внутренности) сделаны из никелевого сплава, облуженного снаружи оловом для удобства пайки. Защитный лак на рисунке не показан

Сегнетоэлектрики с электрически поляризованными доменами аналогичны ферромагнетикам, в которых домены определяют магнитный момент фрагмента кристалла, и таким образом обеспечивают высокую магнитную проницаемость ферромагнетиков. Сегнетоэлектрики (на русском названные в честь сегнетовой соли³) по-английски так и называются — ferroelectrics. Керамики из сегнетоэлектрических материалов образуют диэлектрик керамических конденсаторов.

Однако высокая поляризуемость сегнетоэлектрических материалов определяется смещением доменной стенки в материале. В силу этого поляризационная кривая (зависимость $D(E)$ в материале) подобна кривой гистерезиса в ферромагнетике. На ней присутствует гистерезис (поляризация зависит от предыстории), имеется ненулевой дипольный момент единицы объема при нулевом приложенном внешнем поле (соответствующий постоянной намагниченности ферромагнетика) и, соответственно, сильные потери при регулярной реполяризации сегнетоэлектрика туда-сюда. Падение емкости по мере подачи

³ **Сегнетова соль** — тетрагидрат двойной натриево-калиевой соли винной кислоты $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ (тартрат натрия-калия).

напряжения на конденсатор^{4, 5} (рис. 5) упоминается в руководстве по применению конденсаторов⁶ в аналоговых схемах. Это обусловлено выходом кривой

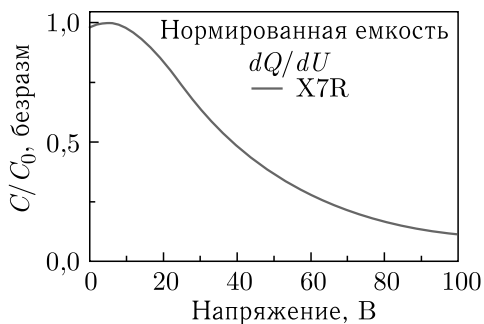


Рис. 5. Уменьшение емкости керамического конденсатора по мере повышения приложенного к конденсатору напряжения

поляризации сегнетоэлектрика на насыщение. При использовании конденсатора в качестве блокировочного ничего ужасного в некотором падении емкости нет (подумаешь! поставим конденсатор побольше: его работа состоит только в том, чтобы не допустить заметной просадки напряжения питания), а вот в качестве частотозадающего элемента такой конденсатор явно не годится. Надо выбрать для работы в генераторе либо конденсатор с другим сортом керамики, либо конденсатор на большее номинальное напряжение.

Кроме того, как и намагниченность в феррите, поляризация в сегнетоэлектрике изменяется за счет смещения доменных стенок, так что процесс этот относительно медленный и частотные свойства сегнетоэлектриков далеки от идеала. Электрическая поляризация в сегнетоэлектриках тесно связана с механической деформацией материала (пьезоэлектрические звукосниматели делают из титаната бария), и одно легко переходит в другое. Мгновенное приложение электрического поля частично приводит к деформации конденсатора, и к правильному электрическому отклику керамический конденсатор может приходиться по несколько миллисекунд, сопровождая свою электрическую поляризацию до полного значения механическим похрустыванием. Разумеется, это похрустывание возникнет и в электрическом сигнале (например, если

⁴ Плотников А. П., Емельянов О. А. Экспериментальное исследование и анализ процессов заряда-разряда нелинейных керамических конденсаторов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2016. Т. 2. С. 80–87. Doi:10.5862/JEST.243.9.

⁵ Rupprecht G., Bell R. O., Silverman B. D. Nonlinearity and Microwave Losses in Cubic Strontium-Titanate // Phys. Rev. American Physical Society. 1961. Vol. 123. P. 97–98. Doi:10.1103/PhysRev.123.97.

⁶ <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/application-notes/AN-1099.pdf>

конденсатор используется в схеме в качестве разделительного) и может быть непосредственно воспринято ухом, если этот конденсатор установлен в схеме усилителя звукового сигнала.

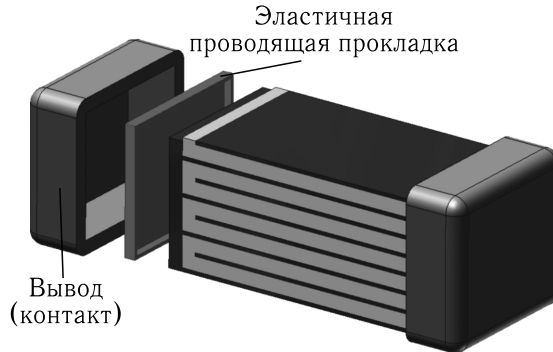


Рис. 6. Меры по предотвращению влияния изгиба печатной платы на деформацию (и, возможно, на поломку) конденсаторов⁷. В контактную (паечную) площадку добавляют эластичный проводящий элемент, механическое напряжение в котором слабо зависит от его деформации

Связь деформации и электрической поляризации в сегнетоэлектриках порождает чувствительность конденсаторов к механической деформации платы. Изгиб печатной платы, на которой припаян конденсатор, вызывает импульс напряжения на его обкладках. Вибрация прибора приводит, таким образом, к появлению электрической помехи («микрофонного эффекта») в цепях обработки сигнала. Для уменьшения механических воздействий на конденсаторы со стороны печатной платы в конструкцию контактных площадок добавляют эластичный проводящий элемент (рис. 6), который своей деформацией предохраняет конденсатор от сжатия и растяжения. Чем выше диэлектрическая проницаемость использованной керамики, тем более конденсатор чувствителен к механическим воздействиям. Лучше всего ведет себя керамика COG(NP0), однако изготовленные из нее конденсаторы весьма громоздки на печатной плате.

Конечная индуктивность керамических конденсаторов становится заметна⁸ на частотных кривых полного импеданса конденсатора (рис. 7). До неко-

⁷ https://product.tdk.com/en/techlibrary/solutionguide/mlcc_flex-crack.html

⁸ <https://catalogs.avx.com/SurfaceMount.pdf>

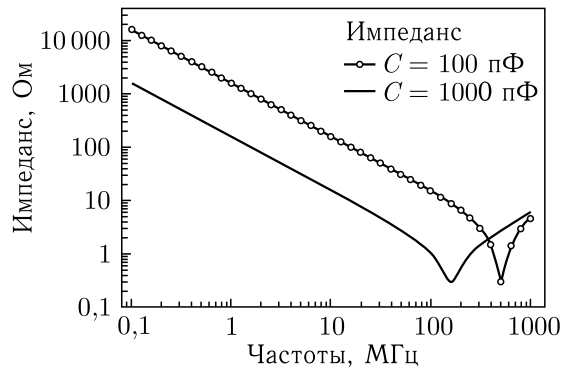


Рис. 7. Импеданс (комплексное сопротивление) конденсатора в зависимости от частоты при различных номиналах конденсатора. В расчете приняты значения параметров: $R_{\text{ESR}} = 0,3$ Ом, $L_{\text{ESL}} = 1$ нГн, $R_{\text{EPR}} = 10$ МОм (см. обозначения на рис. 2)

торых (в практическом смысле — довольно высоких) частот модуль импеданса падает с частотой, как и подобает импедансу конденсатора $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$, согласно выражению (1.2). Однако на частоте, на которой паразитная индуктивность L_{ESL} проводников конденсатора становится заметна, импеданс демонстрирует анти-пик (что характерно для последовательного LC-контура) после которого модуль импеданса принимается расти приблизительно пропорционально частоте, как подобает импедансу индуктивности.

Сорта керамического диэлектрика. При изготовлении конденсаторов используют смесь разных диэлектриков: титаната бария, титаната свинца, ниобата лития... Коэффициенты диэлектрической проницаемости у этих веществ разные, температурный коэффициент емкости тоже. Иногда подбирают смесь такой, чтобы компенсировать изменение емкости с температурой, иногда смесь компонентов подбирают для оптимизации удельной емкости, иногда добиваются высокой линейности зависимости заряда от напряжения. Например, диэлектрическая проницаемость титаната свинца достигает огромных значений 5000–10 000 в случае, когда температура Кюри сегнетоэлектрика близка к температуре конденсатора в работающей аппаратуре. Поиграв с пропорцией состава, например в $\text{Ba}_x\text{Sr}_{(1-x)}\text{TiO}_3$, и с размером зерен, спеченных в керамике, изготовители могут добиться соответствующего диэлектрической проницаемости увеличения емкости конденсатора (см. рис. 8).

Довольно часто сорта керамик, из которых сделан конденсатор, называют по имени индексом допуска величины емкости. Эти имена класса допуска,

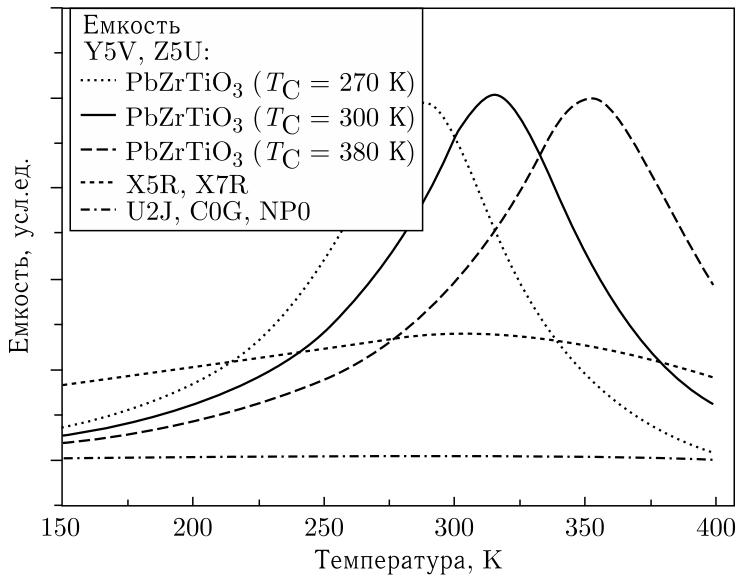


Рис. 8. Зависимость нормированной емкости конденсаторов с различными сортами диэлектрика от температуры

используемые при классификации конденсаторов, содержит табл. 1. Между тем радисту следует иметь в виду, что буквенное обозначение допуска величины конденсатора может описывать сам материал неполно. Широко цитируемая в интернетах статья Марка Фортунато⁹ (перевод тут¹⁰) утверждает, что конденсатор с допуском Y7R может уменьшить свою емкость с номинальных 4,7 мкФ до 0,33 мкФ при неудачном стечении различных факторов. Это и падение емкости при увеличении приложенного напряжения (рис. 5), и температурная зависимость емкости (рис. 8), и даже, возможно, деформация конденсатора платой.

Есть другой взгляд на классификацию керамических конденсаторов¹¹. Конденсаторы по стабильности параметров разделяются на четыре класса, из которых в радио-практике используются преимущественно первые два.

⁹ <https://www.edn.com/temp-and-voltage-variation-of-ceramic-caps-or-why-your-4-7-uf-part-becomes-0-33-uf/>

¹⁰ <https://habr.com/ru/articles/384833/>

¹¹ <https://adelectronics.ru/2018/07/30/различия-между-диэлектриками-керами/>

Таблица 1

Название керамики	Диэлектрическая проницаемость ϵ	Температурный коэффициент диэлектрической проницаемости	Тангенс угла потерь	Удельное сопротивление, Ом/см	Электрическая прочность*, кВ/мм	Коэффициент абсорбции, %
NP0	75	$30 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$0,15 \pm 0,2\%$ (1 МГц)	10^{17}	140	0,2...0,8
X7R	1000–4000	$\Delta\epsilon(-55...125)^\circ\text{C}$ < 15%	$2,5 \pm 0,2\%$ (1 МГц)			
Z5U	5000–8000	$\Delta\epsilon(10\text{C}...85\text{C})$ < 22%	$3,5 \pm 0,2\%$ (1 МГц)			
Y5V	10 000– 15 000	$\Delta\epsilon(-30...85)^\circ\text{C}$ < 50%	$3,5 \pm 0,2\%$ (1 МГц)			

*Интернет-данные противоречивы: значения в В/мкм заметно отличаются от значений в кВ/мм.

Первый класс¹² характеризуется следующими качествами: высокая точность номинала при изготовлении (до 0,1%, как правило, 1%), высокая температурная стабильность, отсутствие деградации со временем, отсутствие токов утечки, независимость емкости от приложенного напряжения (рис. 5). Тип диэлектрика обозначается тремя символами: температурный коэффициент, множитель, допустимое отклонение (табл. 2).

Например, по этой таблице конденсатор с диэлектриком C0G должен иметь ТКЕ не хуже $-1 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ при допуске $\pm 30 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$.

Второй класс имеет температурные свойства похуже. Буквенное обозначение ТКЕ для второго класса (тоже три буквы-цифры) основано на несколько другом принципе (табл. 3).

По этой таблице свойства конденсатора с диэлектриком X7R можно расшифровать так: рабочая температура от -55°C до $+125^\circ\text{C}$, с допустимым отклонением до 15%.

Температурный диапазон керамического конденсатора. Параметры зависимости емкости конденсаторов типа II от температуры не всегда описываются словами «чуть растет» или «чуть падает» с упоминанием линейного ТКЕ. Некоторые сорта используемых диэлектриков демонстрируют весьма

¹² Более подробно это описано в стандарте EIA-RS-198.

Таблица 2

Температурный коэффициент, $10^{-6}/\text{K}$	Множитель температурного коэффициента	Допустимое отклонение
C: 0,0	0: -1	G: ± 30
B: 0,3	1: -10	H: ± 60
L: 0,8	2: -100	J: ± 120
A: 0,9	3: -1000	K: ± 250
M: 1,0	4: +1	L: ± 500
P: 1,5	6: +10	M: ± 1000
R: 2,2	7: +100	N: ± 2500
S: 3,3	8: +1000	
T: 4,7		
V: 5,6		
U: 7,5		

Таблица 3

Нижнее допустимое значение температуры	Верхнее допустимое значение температуры	Допустимое отклонение
X: $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$	4: $+65\text{ }^{\circ}\text{C}$	P: $\pm 10\%$
Y: $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$	5: $+85\text{ }^{\circ}\text{C}$	R: $\pm 15\%$
Z: $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$	6: $+105\text{ }^{\circ}\text{C}$	S: $\pm 22\%$
	7: $+125\text{ }^{\circ}\text{C}$	P: $\pm 10\%$
	8: $+150\text{ }^{\circ}\text{C}$	T: $+22\%/-30\%$
	9: $+200\text{ }^{\circ}\text{C}$	U: $+22\%/-56\%$
		V: $+22\%/-82\%$

причудливую зависимость емкости от температуры. На сайте Kemet (производителя конденсаторов) приводится набор кривых зависимостей емкости от температуры¹³. Эти зависимости перерисованы в статье¹⁴ (русский перевод¹⁵) и приведены на рис. 8.

Оказывается, некоторые сорта керамики совсем не зря сделаны для работы именно при комнатной температуре (буквы кода ТКЕ начинаются с Z или Y).

¹³ <https://ec.kemet.com/blog/mlcc-dielectric-differences/>

¹⁴ <https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/x7r-x5r-c0g...-a-concise-guide-to-ceramic-capacitor-types/>

¹⁵ <https://radioprogram.ru/post/426>

Их емкость при комнатной температуре значительно превосходит емкость конденсаторов, изготовленных из «более стабильных» сортов керамик. Да, на морозе или возле доменной печи емкость такого конденсатора может катастрофически упасть — но ведь совсем не все электронные устройства используются вне жилья? Зато размер таких конденсаторов явно меньше, чем размер «бортовых» COG (старое название NPO). Конечно, их не следует ставить в колебательный контур генератора стабильной частоты.

1.1.2. Пленочные конденсаторы. В качестве диэлектрика в конденсаторе может быть использован полимер: полиэтилентерефталат¹⁶, полипропилен, полистирол, тефлон. Их диэлектрическая проницаемость значительно меньше, чем у сегнетоэлектриков (и конденсаторы получаются заметно больше по размерам), однако это компенсируется значительно более высокой стабильностью емкости, значительно меньшими токами утечки и несколько меньшим уровнем диэлектрических потерь при периодической переполяризации. Как правило, полимерные конденсаторы обладают значительно меньшим уровнем абсорбции (памяти на заряд), чем керамические и тем более электролитические конденсаторы. Характеристики различных диэлектриков, используемых в пленочных конденсаторах¹⁷, содержит табл. 4^{18, 19, 20, 21}. Хотя таблица в основном содержит сведения о диэлектрических материалах, используемых в пленочных конденсаторах, в ней для сравнения добавлены параметры керамических и электролитических конденсаторов.

Пленочные конденсаторы свободны также от недостатка, порожденного доменным характером отклика сегнетоэлектрической керамики, — падения емкости с напряжением, обусловленного насыщением кривой гистерезиса диэлектрической поляризации.

У всех пленочных конденсаторов есть общий недостаток: поскольку конструктивно они, как правило, являются рулоном металлизированной с двух

¹⁶ Полиэтилентерефталат, полиэтиленгликольтерефталат, синонимы: майлар, лавсан.

¹⁷ <https://www.compel.ru/lib/54171>

¹⁸ <http://www.kaprolon-alvis.ru/info/electro.html>

¹⁹ Брацыхин Е. А., Шульгина Э. С. Технология пластических масс: учеб. пособие для техникумов. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Химия, 1982. С. 206.

²⁰ <http://www.chemport.ru/data/data877.shtml>

²¹ <http://www.polymerbranch.com/catalogp/view/5.html&viewinfo=2>

Таблица 4

Название	Диэлектрическая проницаемость ϵ	Тангенс угла потерь	Удельное сопротивление, Ом/см	Электрическая прочность*, кВ/мм	Коэффициент абсорбции, %	Рабочая температура, °C	Достоинства	Недостатки
Полиэтилен-терефталат	3,1	0,0001 (1 МГц)	10^{17}	140	0,2...0,8	$T_{пл} = 250$		
Тефлон	2,1	0,0002 (1 кГц)	10^{20}	25	0,02	$T_{разл} = 250$	Сверхмалая утечка	Дорогие, большие, ESL
Полипропилен	2,2	0,0002	10^{17}	35	0,5	$T_{раб} < 105$	Стабильные, малая DA	$T_{раб} < 105$ °C, ESL
Полистирол	2,5	0,0002 (1 МГц)	$10^{17} - 10^{18}$	35	0,1	$T_{раб} < 65$	Дешевые, стабильные, малая DA	$T_{раб} < 85$ °C, ESL
Поликарбонат	2,5	0,002 (1 МГц)	$10^{14} - 10^{15}$	140	0,1		Дешевые, стабильные, небольшая DA	Великовата DA, ESL
Керамика NPO	75	0,0006 (1 МГц)			10		Дешевые, стабильные, точные	DA, большие
Алюминиевые электролиты					> 20		Дешевые, небольшие, высоковольтные	Нестабильные, полярные, утечка, DA
Танталовые электролиты					> 20			Нестабильные, полярные, DA, цена, утечка

*Интернет-данные противоречивы: значения в В/мкм заметно отличаются от значений в кВ/мм.

сторон пленки, у них у всех довольно большая паразитная индуктивность ESL.

Из таблицы можно сделать вывод, что на мегагерцевых частотах пленочные конденсаторы ведут себя значительно лучше керамических, особенно в отношении точности значения емкости. Уровень потерь на частоте 1 МГц у них значительно ниже, чем у керамических, даже изготовленных из наиболее стабильной в смысле температурных дрейфов и абсорбции керамики NPO. В отношении низкой проводимости абсолютным лидером является тефлон: для приложений, в которых важен рекордно низкий ток утечки (интеграторы, дозиметры, электрометрические усилители), тефлоновые конденсаторы обещают наилучшие характеристики изделия.

1.1.3. Электролитические конденсаторы. Как видно из выражения (1.4), емкость растет с уменьшением толщины диэлектрического зазора между обкладками. Слой диэлектрика можно сформировать на поверхности металла электролитическим путем — налив (намазав) на его поверхность электролит, и подав на него отрицательное по отношению к металлу напряжение. На металле формируется пленка оксида, толщина которого очень мала, и за счет этого емкость конденсатора оказывается весьма большой. Большую рабочую площадь обкладок организуют либо использованием тонкой скатанной в многослойный рулон фольги, как в алюминиевых конденсаторах, либо путем использования спрессованной и спеченной вместе массы металлических гранул, как это делают в танталовых и ниобиевых конденсаторах. Вторым полюсом (обкладкой) конденсатора оказывается при этом неплохо проводящий электролит, электрически подключенный к стакану корпуса.

Наиболее дешевыми и потому распространенными являются электролитические конденсаторы на алюминиевой фольге. Они достаточно высоковольтны (от 5 В до до 400–600 В), компактны, допускают большой пиковый ток, относительно надежны и поэтому широко используются в схемах фильтров питания. Их главный недостаток состоит в соблюдении обязательной полярности подключения (при ошибочной полярности они сильно текут, а под действием закипевшего от энерговыделения электролита могут взорваться, если не предусмотрена резиновая пробочка в корпусе). Недостатком их является также сильная зависимость емкости от напряжения и от температуры. Паразитная индуктивность ESL у алюминиевых электролитических конденсаторов тоже довольно заметная, однако на умеренных частотах работы это не играет серьезной роли. Кроме того, со временем (5–10 лет) некоторые экземпляры алюминиевых «электролитов» деградируют до уменьшения емкости

в 10–50 раз. На сленге радистов это называется «высох электролит», хотя я и не знаю в деталях, что именно происходит в таких конденсаторах. Ясно, что такая деградация — это не фундаментальный закон природы: некоторые экземпляры алюминиевых электролитов серий К50 и К51 служат десятилетиями в радиоприемниках ВЭФ или «Ригонда», изготовленных в начале 1960-х годов и украшающих теперь кухню на даче.

Гораздо более солидными в смысле многолетней надежности являются танталовые и ниобиевые конденсаторы. Габариты и емкость у них приблизительно такие же, как и у электролитических конденсаторов из алюминиевой фольги, стабильность емкости в зависимости от напряжения и от температуры такая же неважная, как и алюминиевых. Для использования в фильтрах блоков питания — отличный выбор. Только дороговаты.

1.2. Дроссель

Придется читателю немножко потерпеть в этом разделе «потные» научности.

Дроссель (индуктивность) — это катушка провода, как правило, намотанная на ферромагнитный сердечник с целью увеличения ее индуктивности (рис. 9).

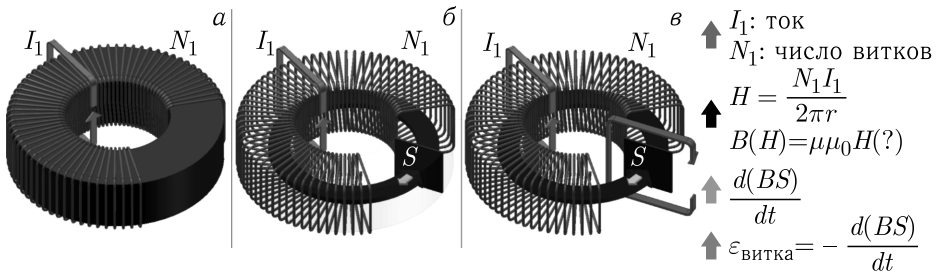


Рис. 9. (а) Катушка индуктивности (дроссель) на ферритовом кольце. Обмотка, с числом витков N_1 имеет индуктивность L_1 . Во всех витках обмотки течет ток I_1 . (б) Сердечник нарисован прозрачным и позволяет видеть, что внутри него имеется наводимое суммарным током обмотки $I_\Sigma = I_1 N_1$ магнитное поле. Магнитное поле H в сердечнике равно $H = \frac{I_1 N_1}{l_{\text{магн.лин.}}} = \frac{I_1 N_1}{2\pi r_{\text{сердеч}}}$ по теореме о циркуляции H , где $r_{\text{сердеч}}$ —

средний радиус магнитной линии сердечника, а $l_{\text{магн.лин.}} = 2\pi r_{\text{сердеч}}$ — ее длина. (в) Напряжения ε на каждый виток катушек одинаковы и определяются скоростью

изменения магнитного потока $\frac{d(BS)}{dt}$ в феррите

По теореме о циркуляции магнитного поля (из факта что $\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j}$ в уравнениях Максвелла) при обходе пучка проводов, продетых в кольцо сердечника, следует

$$\oint_{L_{\text{магн.лин.}}} H dl = I_1 N_1 \quad (1.6)$$

(индекс 1 мы вписали на случай, если катушек не одна, как это бывает, например, в трансформаторе). Если этот интегрирующий обход выполнить по средней линии кольцевого сердечника, тогда, как нетрудно²² вычислить по ее радиусу $r_{\text{сердечн.}}$, длина магнитной линии равна в среднем $l_{\text{магн.лин.}} = 2\pi r_{\text{сердечн.}}$. Так что из (1.6) в нашем случае довольно легко получается выражение для средней величины поля H в сердечнике:

$$H = \frac{I_1 N_1}{2\pi r_{\text{сердечн.}}} \quad (1.7)$$

В соответствии с другим из уравнений Максвелла $\text{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ теорема о циркуляции позволяет вычислить значение возникающей в витке эдс:

$$\varepsilon_{\text{витка}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt}, \quad \text{что обычно равно } \varepsilon_{\text{витка}} = -S \frac{dB}{dt}. \quad (1.8)$$

Впервые упомянутая тут переменная S — это площадь поперечного сечения сердечника (рис. 9). В многовитковых обмотках эдс последовательно соединенных витков складываются:

$$\varepsilon_{\text{катушки}} = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} = -N_1 \frac{d(BS)}{dt}. \quad (1.9)$$

²² Если интегрирование провести по окружности, прижатой к внутренней цилиндрической поверхности кольцевого сердечника, результат получится больше, соответственно малому радиусу окружности. Если проинтегрировать по окружности, примыкающей к внешней цилиндрической поверхности сердечника, вычисленная величина H окажется соответственно меньше. Интегрирование по средней линии даст в линейной задаче правильный результат применительно к сечению сердечника вообще: внутри будет чуть больше, снаружи чуть меньше. В нелинейной задаче усреднение нередко приводит к неприятным неожиданностям: внутренняя часть кольца может насытиться и обманет наши надежды. Не будем пока серьезно «париться».

Осталось только найти впервые упомянутое тут (1.8) в рассказе \vec{B} . В линейном случае индукция поля \vec{B} просто пропорциональна напряженности поля \vec{H} :

$$B(H) = \mu\mu_0 H, \quad (1.10)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость вакуума.

Вспомним интересное для радиоинженеров выражение для индуктивности, которое можно использовать как определение

$$\varepsilon_{\text{катушки}} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (1.11)$$

Собираем теперь воедино (1.7), (1.9), (1.10) и (1.11), и выписываем целиком

$$\varepsilon_{\text{катушки}} = -N_1 \frac{d(BS)}{dt} = -N_1 \frac{d(\mu\mu_0 I_1 N_1 S)}{2\pi r_{\text{сердечн}} dt}, \quad (1.12)$$

$$\text{из чего выходит } L = \frac{\mu\mu_0 N_1^2 S}{2\pi r_{\text{сердечн}}}.$$

Обведем полученное выражение в рамочку и выложим его на видное место:

$$L = \frac{\mu\mu_0 N_1^2 S}{2\pi r_{\text{сердечн}}}. \quad (1.13)$$

Как читатель заметил, все рассмотрение от самого начала мы вели в линейном приближении: мы ни разу не усомнились в том (1.10), что $B(H) = \mu\mu_0 H$.

Если переписать полученное выражение для инженеров (подставив значения $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м и пересчитав все метры во все сантиметры), выйдет такая формула:

$$L[\text{Гн}] = \frac{\mu_0 \left[\frac{\text{Гн}}{\text{см}} \right]}{2\pi \cdot 100 \left[\frac{\text{см}}{\text{м}} \right]} \cdot 100 \left[\frac{\text{см}}{\text{м}} \right] \cdot \frac{\mu N_1^2 S [\text{см}^2]}{r_{\text{сердечн}} [\text{см}]} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\mu N_1^2 S [\text{см}^2]}{r_{\text{сердечн}} [\text{см}]}. \quad (1.14)$$

Посозерцаем формулу для индуктивности (1.13). Что индуктивность линейно растет с увеличением магнитной проницаемости сердечника, в том для нас чуда нету. Намагничивание сердечника под действием протекающего рядом тока — это и есть то, что выгодно отличает феррит (железо) от пустого места. Что индуктивность пропорциональна площади сердечника — тоже естественно: большой сердечник — большая индуктивность. Почему число витков вошло в квадрате? Потому что один раз мы учли его, когда

вычисляли напряженность создаваемого обмоткой поля (1.7), а второй раз — когда вычисляли суммарную эдс обмотки (1.9).

Из наличия минуса в выражении (1.11) следует бытовое понимание смысла деятельности дросселя (катушки): возникающей в ней эдс она препятствует попыткам мгновенно изменить в ней уже имеющийся ток. Чем больше индуктивность, тем труднее изменить ток. Наподобие массы в механике.

1.2.1. Нелинейность зависимости индукции от тока (насыщение сердечника). Индукция магнитного поля B по формулам традиционной электродинамики должна была бы выражаться через «магнитную проницаемость» вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м (коэффициент, связывающий свойства Природы с нашими произвольно заданными единицами метра, секунды и килограмма), и магнитную проницаемость сердечника μ (свойством материала, показывающим, насколько с ним магнитное поле сильнее, чем без него).

$$B(H) = \mu\mu_0 H. \quad (1.15)$$

Гладко было на бумаге... Высокая магнитная проницаемость ферромагнетиков обусловлена тем фактом, что домены в них, ощутив внешнее поле, выстраиваются помочь ему. Однако когда уже все домены устроились с направлением намагниченности ровно вдоль этого поля H , больше ничем они ему помочь не могут.

По мере роста тока в обмотке материал сердечника достигает магнитного насыщения и при дальнейшем увеличении тока в обмотке феррит превращается в кусок хорошо если диэлектрика, бесполезный для магнитных игр. Зависимость $B(H)$ приближается к асимптоте $B(H) = \mu_0 H + B_{\text{насыщ}}$ на положительной ветви и к $B(H) = \mu_0 H - B_{\text{насыщ}}$ на отрицательной ветви кривой гистерезиса (рис. 10).

Вывод из рассказанного таков: при работе с магнитными сердечниками следует избегать их попадания в область насыщения зависимости $B(H)$. В частности это означает, что суммарный ток всех обмоток с учетом числа витков не должен превышать некоего предельного значения. На языке напряжений, с учетом того, что напряжение в витке является (1.8) производной от магнитной индукции, не следует затягивать надолго приложение к обмоткам трансформатора одинаковой полярности.

1.2.2. Энергия, запасенная в дросселе. Вариантов вычисления энергии, запасенной в дросселе, два. Радиоинженер вычислит электрическую мощность, которую он загонял в дроссель под напряжением, отдавая в него

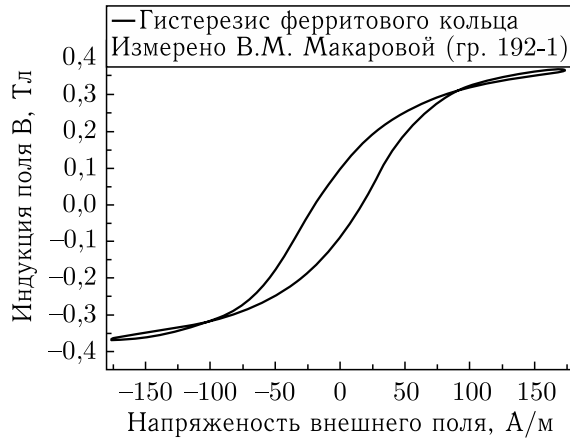


Рис. 10. Измеренная зависимость магнитной индукции B от возбуждающего тока в обмотке на ферритовом кольце, пересчитанного с учетом числа витков, длины линии сердечника и самого тока в величину поля H . Видно, что высокая крутизна зависимости $B(H)$, исходно равная $B = \mu\mu_0 H$, спадает по мере увеличения амплитуды поля, и величина B стремится при больших значениях H к пределу $B_{\text{насыщ}}$. Кроме того, заметен гистерезис — несовпадение кривой зависимости $B(H)$ при намагничивании и размагничивании

электрический ток. Для этого ему придется проинтегрировать во времени от бесконечного прошлого $t \rightarrow -\infty$ до настоящего времени $t = 0$ произведение мгновенного тока на мгновенное напряжение (мгновенную мощность) $P(t) = U(t)I(t)$.

$$W = \int_{-\infty}^0 U(t)I(t)dt. \quad (1.16)$$

С учетом того, что $U(t) = L \frac{dI(t)}{dt}$, результат не будет зависеть от формы импульса напряжения во времени, а получится просто равным

$$W = L \int_{-\infty}^0 \frac{dI}{dt} dt I(t) = L \int_0^I I dI(t) = \frac{1}{2} LI^2, \quad (1.17)$$

мы тут в ходе преобразований предположили при замене пределов интегрирования, что давным-давно тока в катушке не было $I(-\infty) = 0$, а прямо сейчас в катушке ток $I(0) = I$.

Второй подход более академичный. Он состоит в том, чтобы посчитать плотность энергии магнитного поля, которая определяется в каждой точке выражением $w = \frac{1}{2}BH$, а потом умножить ее на объем V намагниченного сердечника (если выражаться совсем научно, то плотность энергии $w(x, y, z)$, вообще говоря, различную для каждой точки сердечника, следует проинтегрировать по всему объему):

$$W = \int_V w(x, y, z) dx dy dz = \int_V \frac{1}{2} H(x, y, z) B(x, y, z) dx dy dz. \quad (1.18)$$

Надеюсь, читатель не испытает культурного шока, обнаружив, что эти два вычисления полностью совпали.

1.2.3. Народные способы измерения индуктивности. Разумеется, промышленность изготавливает электронные приборы, способные измерить

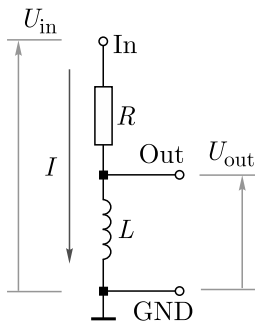


Рис. 11. Делитель напряжения — цепочка из дросселя с индуктивностью L и резистора с сопротивлением R

и в доли секунды отобразить на дисплее индуктивность дросселя в микрогенри, сопроводив это нередко измерением сопротивления катушки. Однако по опыту автора, такие приборы не всегда оказываются под рукой. А вот генератор сигналов и осциллограф у радиста на столе всегда есть.

Рассмотрим делитель напряжения, собранный из индуктивности и сопротивления (рис. 11). На вход ему приложим синусоидальное напряжение U_{in} , а с выхода будем брать напряжение U_{out} .

Обобщенный для реактивных компонентов и синусоидальных сигналов на одной определенной частоте ω закон Ома связывает в комплексных числах (с учетом фазы) напряжение, приложенное к элементу, и ток через него так:

$$U = IZ. \quad (1.19)$$

Если кто забыл, буквой Z тут обозначен импеданс (комплексное сопротивление), которое для резистора, конденсатора и дросселя выглядит так:

$$\begin{aligned} Z_R &= R, \\ Z_C &= \frac{1}{i\omega C} = -i\frac{1}{\omega C}, \\ Z_L &= i\omega L. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Общий ток для двух элементов на рис. 11 на этом языке запишется так:

$$I_{\text{общ}} = \frac{U_{\text{in}}}{R + i\omega L}, \quad (1.21)$$

а падение напряжения на резисторе так:

$$U_{\text{out}} = U_R = I_{\text{общ}}R, \quad (1.22)$$

т.е.

$$K_{L+R} = \frac{R}{Z_L + R} = \frac{R}{i\omega L + R}. \quad (1.23)$$

При достаточно высоких частотах, когда модуль импеданса дросселя больше сопротивления резистора $i\omega L \gg R$, выражение (1.23) асимптотически стремится к пределу

$$K_{L+R} = \frac{R}{i\omega L}. \quad (1.24)$$

То есть пропускание делителя будет гиперболически спадать по амплитуде с частотой, отстав по фазе на 90° .

Зависимость амплитуды (и фазы) от частоты входного синусоидального сигнала (амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики) приведена на рис. 12. Как видно из рис. 12, амплитуда пропускания делителя ведет себя на больших частотах приблизительно как $1/f$, спадая с увеличением частоты. Фаза прошедшего через делитель синусоидального сигнала постепенно приближается к -90° на высоких частотах. Вблизи нулевых частот кривая претерпевает плавный изгиб, стремясь при нулевой частоте не к бесконечности, а к единице. Ничего удивительного: у идеальной катушки индуктивности собственное сопротивление равно нулю, на нулевой частоте дроссель является куском провода, и все входное напряжение оказывается беспрепятственно подключено к выходу, так что $U_{\text{out}} = U_{\text{in}}$. Данные для графика были получены путем симуляции на бесплатном пакете Multisim Analog Devices Edition 10.0.429, написанном фирмой National Instruments.

Вообще-то есть более быстрый народный способ померить индуктивность: подать на вход делителя (рис. 11) фронт прямоугольного импульса, измерить время нарастания или спада до $\frac{1}{e} = \frac{1}{2,71828} = 0,37$ конечного значения и вспомнить из теории колебаний что $\tau_{LR} = L/R$. Автор намеренно привел тут в пример более «потный» способ измерения индуктивности. Если начать изменять частоту входного сигнала ω , сначала выходной сигнал будет падать в амплитуде гиперболически, как и предсказано формулой (1.24) и рис. 11.

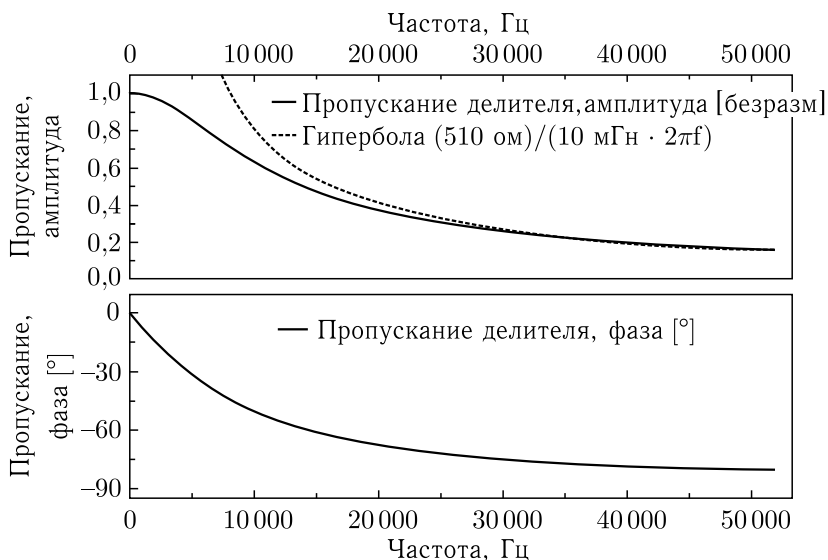


Рис. 12. Амплитудно-частотная характеристика цепочки-делителя из индуктивности и резистора, изображенной на рис. 11. Выходное напряжение U_{out} в долях от входного напряжения U_{in} и его фаза, изображенные в зависимости от частоты синусоидального сигнала U_{in} . Тонкая кривая $R/\omega L$ описывает асимптотическое стремление отклика к нулю при высоких частотах. Для расчетов использовались значения $L = 10$ мГн и $R = 510$ Ом

Однако при достижении частоты 0,7–2 МГц сигнал на выходе цепочки вдруг заметно вырастет, как будто индуктивность катушки внезапно упала. Она и упала. Оказывается, магнитная проницаемость μ , упоминаемая нами в формуле (1.13), у ферритовых сердечников зависит от частоты и начинает падать при частотах порядка мегагерца. Мало того, что на высоких частотах нам придется довольствоваться более скромным значением магнитной проницаемости и выбирать поэтому сердечники покрупнее. Есть в математике, оказывается, теорема Крамерса–Кронига (1929), следствие из которой звучит так: резкий спад реактивной компоненты (в нашем случае действительной части μ) в некоторой области частот — неотвратимо означает рост активной (ответственной за потери) компоненты на этих частотах. Так что для нас практическая сторона неприятностей состоит в том, что потери в сердечнике из феррита станут весьма велики на частотах, где происходит спад индуктивности.

1.2.4. Народный способ измерения индукции насыщения. Если для измерения индуктивности катушки еще можно снять с высокой полки LCR-метр, то измерить величину поля B внутри феррита вообще нечем: внутрь феррита не влезешь. Придется проявить эрудицию и вспомнить уравнения Максвелла. Нам ведь для изучения поля насыщения на кривой гистерезиса нужно независимое знание величин H и B ? Так не вопрос! Величина H в сердечнике однозначно задается током, который мы гоним через дроссель (1.7). Число витков нашего дросселя мы знаем — сами только что и мотали. Размеры (длину магнитной линии и площадь сечения сердечника) — тоже. Саму величину B нам голыми руками не измерить, однако осциллограф позволяет нам измерить напряжение на обмотке $\varepsilon_{\text{катушки}}$, а оно (1.9) зависит, в сущности, только от B

$$\varepsilon_{\text{катушки}} = -N_1 S \frac{d(B)}{dt}. \quad (1.25)$$

Нехорошим, правда, образом зависит — осциллограф, подключенный к концам обмотки, показывает нам не само B , а его производную по времени. Ну ничего. На ваше «ноухау» у нас свой «но пасаран» найдется. Строим RC -схемочку (рис. 13).

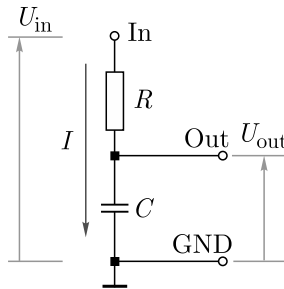


Рис. 13. Делитель напряжения из резистора и конденсатора. При грамотном подборе номиналов резистора и конденсатора цепочка делается интегрирующей для спектра частот изучаемого сигнала

Коэффициент деления такого делителя (в комплексных, напомним, числах)

$$K_{R+C} = \frac{Z_C}{Z_C + R} = \frac{1}{\frac{1}{i\omega C} + R}. \quad (1.26)$$

Получается, что с каждой частотной компонентой наш делитель делает в точности то, что делает с синусоидальным сигналом интегрирование (вычисление первообразной) по времени — превращает косинус в синус и делит амплитуду на ω . Изображенную на рис. 13 цепочку так и называют — интегрирующая. Теорема Фурье утверждает, что в линейной системе можно совершенно безнаказанно разложить входной сигнал на сумму синусоидальных колебаний (с амплитудой и фазой колебаний на каждой частоте, сообразными форме входного сигнала), вычислить (измерить) прохождение через систему каждой из синусоидальных компонент по отдельности, а потом на выходе сложить вместе результаты прохождения через систему этих синусоидальных составляющих (компонент спектра). Так что цепочка действительно почти интегрирующая. Не вообще интегрирующая, а **для сигналов, спектр которых лежит значительно выше граничной частоты**, определяемой постоянной времени цепочки:

$$\omega \gg \frac{1}{RC}, \quad U_{\text{вых}} = \frac{1}{RC} \int U_{\text{вх}}(t) dt. \quad (1.27)$$

Ну вот, почти приплыли. Собираем теперь схему для измерений (рис. 14).

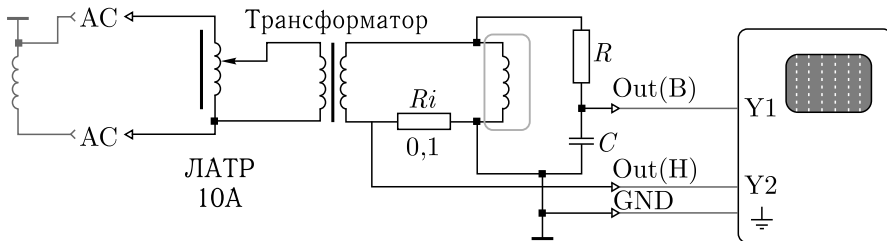


Рис. 14. Установка для наблюдения (и количественного измерения) параметров гистерезиса кривой намагниченности в сердечнике дросселя. Исследуемый дроссель обведен светло-серой рамкой. ЛАТР позволяет задать в обмотку больший ток, если надо. Трансформатор обеспечивает гальваническую отвязку земли. Резистор R_i токоизмерительный. Постоянная времени цепочки RC достаточна, чтобы на частоте сети 50 Гц быть интегрирующей

Подаем на обмотку исследуемого дросселя достаточно большой ток. Чтобы быть полностью уверенными, что тока хватит, берем для этого ЛАТР (лабораторный автотрансформатор регулируемый) с током до 10 А.

Не забываем при этом, что ЛАТР — это **авто**-трансформатор. Это означает, что первичная и вторичная обмотки у него физически являются одним

и тем же проводом. Как известно, напряжение в розетку подается по проводам от распределительного трансформатора, один из концов вторичной обмотки у которого заземлен (называется нейтраль, обозначается N), а на втором конце обмотка выдает свои 220 В²³ (этот провод в розетке называется «фаза» и обозначается как L). Никто не знает в нашей стране (и во многих других тоже), какой именно полюс подключен в стенной розетке куда. Между тем осциллограф, как приличный измерительный прибор, подключается своим корпусом определенно к контакту заземления в розетке (как правило, в розетке есть для этого пружинящие усики). Мы намерены подключить осциллограф его землей к цепям исследуемой схемы. Если мы не угадаем, мы заземлим крокодильчиком щупа осциллографа цепь «фазы» сети (этот случай грозил нам на рис. 14, нарисованный слева серым цветом), и тогда громко бабахнет. Трансформатор с честной парой разных изолированных друг от друга обмоток после ЛАТРа как раз и гарантирует, что мы можем безнаказанно подключать землю осциллографа к любому месту схемы после трансформатора. К какому проводу подключим — тот и сделается заземленным.

Совсем культурный радиофизик брезгливо отвергнет схему измерения, представленную на рис. 14. Ток возбуждения магнитного поля, подаваемый нами на обмотку дросселя через резистор R_i , вызовет дополнительное падение напряжения на проводе этой обмотки. Это напряжение неотличимо сложится с возникающей в дросселе эдс, и на вход $Y1$ осциллографа попадет смесь этих сигналов. Чтобы избавиться от этого, полезно намотать на сердечник отдельную обмотку (рис. 15) и использовать ее исключительно затем, чтобы через интегрирующую цепочку подавать сигнал на вход $Y1$ осциллографа. Тогда токи в этой обмотке будут ничтожны (если в интегрирующую цепочку не установить миллиомный резистор с миллифарадным конденсатором), и упомянутых искажений сигнала не возникнет.

Падение напряжения на токоизмерительном резисторе R_i мы будем смотреть на одном канале осциллографа. Другой канал подключим к выходу интегрирующей цепочки (надеюсь, раз читатель открыл этот текст, у него хватит навыков самостоятельно рассчитать параметры цепочки!). Смотрим, что показывают оба канала, подкручиваем возбуждающий ток ЛАТРоМ, и привет. Переключаем осциллограф в режим отображения XY (один канал вызывает

²³ Хотя напряжение сети и называется в русском языке «220 В» (словами — двести двадцать вольт), стандарт сетевого напряжения в Европе и в России уже давно 230 В.

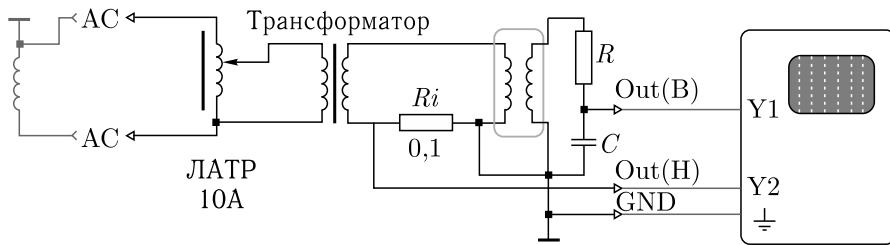


Рис. 15. Добавление на сердечник отдельной обмотки, по которой течет исключительно ток для цепей измерения эдс на витках обмотки (точнее — для формирования первообразной от напряжения на обмотке), радикально повышает точность измерений по сравнению с рис. 14

отклонение «луча» по оси X на экране осциллографа, другой — отклонение «луча» по оси Y), любуемся визуально ясным результатом и записываем, если осциллограф позволяет, скриншот на флешку.

Индукция в сердечнике вычисляется по формуле

$$B[\text{Тесла}] = \frac{1}{S[\text{м}^2]N_1[\text{штук}]} \cdot \frac{Y1[\text{Вольт}]}{R[\text{Ом}]C[\text{Фарад}]} \quad (1.28)$$

Постоянную времени стоит взять побольше, чтобы не получить частотных искажений, если цепочка окажется не совсем интегрирующей. Конечно, совсем наглеть не стоит: при большой постоянной времени сигнал на входе осциллографа получится маленький.

Ток в обмотке вычисляется по закону Ома по измеренному падению напряжения на токоизмерительном резисторе R_i :

$$I[\text{Ампер}] = \frac{U_{R_i}[\text{Вольт}]}{R_i[\text{Ом}]} \quad (1.29)$$

Поскольку от тока резистор, как известно, греется — следует взять номинал резистора поменьше. Такой только, чтобы на экране осциллографа можно было увидеть достаточно чистый сигнал.

Ожидаемое в сердечнике поле H выражается через возбуждающий ток I , отображаемый на канале Y2 осциллографа по напряжению на токоизмерительном резисторе R_i , так:

$$H = \frac{IN_1}{l_{\text{магн.лин.}}} = \frac{Y2}{R_i} \cdot \frac{N_1}{2\pi r_{\text{сердечн.}}} \quad (1.30)$$

Полюбовавшись на кривую гистерезиса (рис. 10), записываем индукцию насыщения (вертикальная ось) или максимальное магнитное поле (горизонтальная ось), вычисляем, если хотим, фактическую магнитную проницаемость сердечника и идем восвояси.

1.3. Трансформатор

1.3.1. Принцип работы трансформатора. Трансформатор (рис. 16) — это уже теперь две или больше катушек с общим магнитным потоком, так что изменение тока в каждом из витков меняет общее магнитное поле H того, что внутри катушек (обычно это ферромагнитный сердечник, но теоретически говоря это может быть и просто воздух, т.е. вакуум), а изменение индукции магнитного поля B внутри катушек вызывает появление эдс в каждом витке, окружающем сердечник.

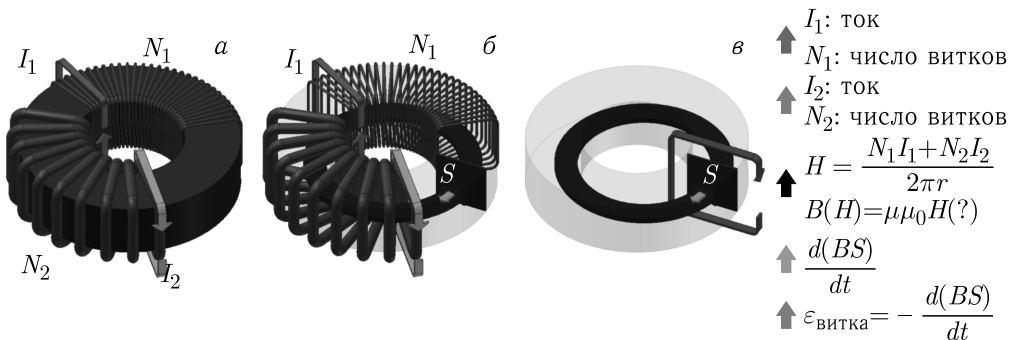


Рис. 16. (а) Трансформатор на ферритовом кольце. Каждая обмотка, с числом витков N_1 и N_2 имеет свою индуктивность L_1 и L_2 . Во всех витках первичной обмотки течет ток I_1 , во всех витках вторичной — ток I_2 . Магнитный поток через обе обмотки общий — в идеале считается, что магнитное поле не выходит из кольца ферритового сердечника. (б) Сердечник нарисован прозрачным и позволяет видеть, что внутри него: наводимое суммарным током двух обмоток $I_\Sigma = I_1 N_1 + I_2 N_2$ магнитное поле H в сердечнике равно $H = \frac{I_1 N_1 + I_2 N_2}{l_{\text{магн.лин.}}} = \frac{I_1 N_1 + I_2 N_2}{2\pi r_{\text{сердечн}}}$ по теореме о циркуляции H ,

где $r_{\text{сердечн}}$ — средний радиус магнитной линии сердечника, а $l_{\text{магн.лин.}} = 2\pi r_{\text{сердечн}}$ — ее длина. (в) Напряжения ε на каждый виток катушек одинаковы и определяются

скоростью изменения магнитного потока $\frac{d(BS)}{dt}$ в феррите

Повторяем наши рассуждения (1.6)–(1.14), только добавляем индексов в рассмотрении, чтобы не перепутать обмотки, которых теперь стало несколько. По теореме о циркуляции магнитного поля (1.6) при обходе пучка проводов, продетых в кольцо сердечника, переписываем (1.7) как

$$\oint_{L_{\text{магн.лин.}}} H dl = \sum I_k N_k, \quad \text{где в нашем случае } k \in \{1, 2\} \text{ — номер обмотки.} \quad (1.31)$$

Для двух обмоток средняя величина поля H в сердечнике:

$$H = \frac{I_1 N_1 + I_2 N_2}{2\pi r_{\text{сердечн}}}, \quad (1.32)$$

(если кто любит теоретическую общность, обмоток можно ввести в рассмотрение и больше, соответственно насыпав побольше индексов).

Магнитный поток через все витки первичной и вторичной обмотки можно считать одинаковым²⁴ (общим), и напряжения на обмотках аналогично (1.9) равны для трансформатора

$$U_1 = \varepsilon_{\text{витка}} N_1 \quad \text{и аналогично} \quad U_2 = \varepsilon_{\text{витка}} N_2. \quad (1.33)$$

Отношение эдс, возникающих на первичной и вторичной (вторичных) обмотках, называется *коэффициент трансформации* и равно попросту отношению числа витков. Трансформатор не вызывает потерь мощности (в идеале его КПД равен 100%), и это означает, что токи двух обмоток в трансформаторе обратно пропорциональны напряжению на обмотках:

$$\varepsilon_{\text{витка}} N_1 I_1 = P_{\text{in}} = P_{\text{out}} = \varepsilon_{\text{витка}} N_2 I_2, \quad (1.34)$$

так что понижающую обмотку (с меньшим напряжением) приходится мотать более толстым проводом.

Следует заметить, что работа трансформатора тут нарисована широкими мазками. Наши рассуждения тем ближе к действительности, чем больше индуктивность первичной и вторичной обмотки, т.е. чем лучше возникающая при перемагничивании сердечника эдс компенсирует приложенное из внешней цепи напряжение.

²⁴ Вообще-то некоторая безответственность в этом есть. Типичен случай, когда в одну обмотку попадает 90% магнитного потока из другой. Если мы хотим быть не физиками, а полноценными радистами, про это не стоит забывать насовсем. Только на время чтения этого текста.

1.3.2. Направления токов и полярности напряжений. Еще не время отводить взгляд от рис. 16. Направления токов в первичной обмотке нарисованы стрелочками в одном направлении, но это не означает в действительности, что они именно туда и текут в трансформаторе. Для манипуляций с этими подробностями в математике есть знак минус, и о нем не следует забывать. Возникающая в витках эдс тоже не обязательно совпадает по направлению со стрелочками на рисунке. Эдс вообще происходит не из магнитного потока, а из его изменения. Я в художественном порыве попытался это отразить на рис. 16, нарисовав стрелочку уменьшения магнитной индукции на конце круговой стрелочки довольно большого ее фактического значения.

Возникающие в трансформаторе эдс (благодаря минусу в одном из уравнений Максвелла $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{d\vec{B}}{dt}$) препятствуют попыткам изменить магнитный поток в сердечнике и, следовательно, попыткам изменить протекающий в обмотках суммарный ток. Таким образом, эдс обмотки на холостом ходу противоположна приложенному к первичной обмотке напряжению, а на вторичной обмотке, с таким же направлением витков, как и на первичной, — выходное напряжение совпадает по знаку со входным. Намагничивающее действие токов в обмотках поэтому компенсирует друг друга, и суммарный ток (которым определяется намагниченность сердечника) поэтому значительно слабее, чем потребляемый из источника питания ток и ток нагрузки поодиночке.

1.3.3. Индуктивность обмотки. Наших рассмотрений в предыдущем разделе уже хватает для вычисления индуктивности катушки (одной обмотки) на сердечнике такой простой геометрии, как тор или тор цилиндрического сечения. Можно повторить все, что было написано про дроссель с единственной обмоткой, и получить то же самое для трансформатора (предполагается, что в момент измерения индуктивности одной обмотки — все остальные отключены):

$$L = \frac{N_k B S}{I_k} = \frac{N_k \mu \mu_0 H S}{I_k} = \frac{N_k \mu \mu_0 S}{I_k} \frac{I_k N_k}{2\pi r_{\text{сердечн}}} = \frac{\mu \mu_0 S N_k^2}{2\pi r_{\text{сердечн}}}. \quad (1.35)$$

Обратите внимание и на степени числа витков: индуктивность обмотки определяется квадратом числа витков, а ее рабочее напряжение (равное сумме возникающей в трансформаторе эдс на всех витках обмотки) — просто числу витков. Если в симуляторе потребуется изменить коэффициент трансформации K , имейте в виду, что индуктивности этих обмоток относятся как K^2 .

1.3.4. Мощность сердечника. Вообще-то справочники для инженеров предписывают с этого расчет трансформатора и начинать.

Попробуем действовать как физики. Трансформатор получает энергию из цепи первичной обмотки и отдает ее во вторичную. Максимальная энергия, которую сердечник может запасти, определяется произведением плотности энергии в его веществе при индукции насыщения на объем самого вещества (точнее, придется проинтегрировать по объему). Плотность энергии вот она:

$$w(x, y, z) = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}B_{\text{насыщ}}H_{\text{насыщ}}. \quad (1.36)$$

Тут мы предположили, что суммарный ток обмоток установили снаружи именно такой, чтобы как раз достичь индукции насыщения в сердечнике. Вместо «потного» интегрирования функции $w(x, y, z)$ по всему объему

$$W = \frac{1}{2} \int_V B(x, y, z)H(x, y, z)dxdydz, \quad (1.37)$$

предположим, что разработчики сердечника не дураки, и сделали его форму такой, чтобы в объеме не было слабо намагниченных участков, пропадающих бесполезно. Тогда нам останется лишь умножить плотность магнитной энергии (везде примерно одинаковую) на объем сердечника $V_{\text{сердечн}}$:

$$W = V_{\text{сердечн}} \cdot w(x, y, z) = V_{\text{сердечн}} \cdot w = \frac{1}{2}V_{\text{сердечн}} \cdot B_{\text{насыщ}}H_{\text{насыщ}}. \quad (1.38)$$

Объем сердечника найти вроде как просто:

$$V_{\text{сердечн}} = S \cdot l_{\text{магн.лин.}}. \quad (1.39)$$

Если мы откуда-то знаем величину индукции насыщения, можно переписать H , предположив, что кривая намагниченности представляет собой прямую линию с коэффициентом $B = \mu\mu_0H$ до $B_{\text{насыщ}}$ и $H_{\text{насыщ}}$, а дальше резкий излом

$$B(H) = B_{\text{насыщ}} + \mu_0H. \quad (1.40)$$

Перепишем это все тогда про переменную B

$$w = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}B_{\text{насыщ}} \frac{B_{\text{насыщ}}}{\mu\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{B_{\text{насыщ}}^2}{\mu\mu_0} \quad (1.41)$$

и подставим вместе с объемами и площадями:

$$\begin{aligned} W &= V_{\text{сердечн}} \cdot w(x, y, z) = (S \cdot l_{\text{магн.лин.}}) \cdot w = \\ &= \frac{1}{2} V_{\text{сердечн}} \cdot B_{\text{насыщ}} H_{\text{насыщ}} = \frac{1}{2} \frac{B_{\text{насыщ}}^2}{\mu \mu_0} S \cdot 2\pi r_{\text{магн.лин.}}. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Сгруппировав отдельно константы и переменные, запишем:

$$W = \frac{1}{2} \frac{B_{\text{насыщ}}^2}{\mu \mu_0} S \cdot 2\pi r_{\text{магн.лин.}} = \frac{2\pi}{2\mu_0} \frac{r_{\text{магн.лин.}}[\text{М}] \cdot B_{\text{насыщ}}^2[\text{Тл}] \cdot S[\text{М}^2]}{\mu}. \quad (1.43)$$

Последний шаг, для инженеров: перепишем размеры в сантиметрах, соответствующих величине колечка, которое мы держим в руках:

$$W_{\text{цикл}} = \frac{3,14}{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-7}} 10^{-6} \left[\frac{\text{М}^3}{\text{см}^3} \right] \cdot \frac{r_{\text{магн.лин.}}[\text{см}] \cdot B_{\text{насыщ}}^2[\text{Тл}] \cdot S[\text{см}^2]}{\mu}. \quad (1.44)$$

Итак, в наших попытках рассчитать сердечник из первых принципов мы собрали следующие знания.

Энергия сердечника, которую он может принять из первичной цепи и отдать во вторичную за цикл, равна

$$W = 2,5 \frac{r_{\text{магн.лин.}}[\text{см}] \cdot B_{\text{насыщ}}^2[\text{Тл}] \cdot S[\text{см}^2]}{\mu}. \quad (1.45)$$

Мощность, передаваемая при такой работе (энергия за секунду) содержит еще и частоту повторения процесса $f_{\text{раб}}$:

$$P = f_{\text{раб}} \cdot W = 2,5 \frac{f_{\text{раб}} \cdot r_{\text{магн.лин.}}[\text{см}] \cdot B_{\text{насыщ}}^2[\text{Тл}] \cdot S[\text{см}^2]}{\mu}. \quad (1.46)$$

Рабочую частоту мы в этой точке раздела вписали впервые, потому что выбрали ее тут из головы — она, как переменная, никак не вытекает точным образом из предыдущего изложения. Высокая частота — хорошо, потому что позволяет сделать сердечник поменьше и полегче. Высокая частота — плохо, потому что электронные компоненты не успевают переключиться, ферриты греются, а токи в проводах расползаются на поверхность (скин-эффект). Меломаны и радиофизики мечтают о частоте преобразования повыше, поскольку чудовищные, по их мнению, магнитные поля рассеяния трансформатора и электростатические импульсы наводок меньше будут похожи тогда на их микровольтные сигналы в приборе.

Перепишем для объема феррита в сердечнике, на диалекте инженеров:

$$V_{\text{серд}}[\text{см}^3] = \frac{\mu \cdot P[\text{Вт}]}{2,5 \cdot f_{\text{раб}}[\text{Гц}] B_{\text{насыщ}}^2[\text{Тл}]} \quad (1.47)$$

Эти вычисления были проделаны физиком. В них ни слова не говорится о КПД передачи, о запасе на поля рассеяния и всяких таких эмпирических мелочах.

Инженерам проще. Они вычисляют габаритную мощность как 1,3 мощности нагрузки и дальше вычисляют произведение сечения сердечника на сечение... окна в колечке. Ничего удивительного: длина магнитной линии у нас в (1.46) черным по белому есть (она входила в объем), а второй раз ее надо будет использовать при пересчете $H = \frac{N_1 I_1}{2\pi r_{\text{сердечн}}}$.

Инженеры откроют справочник и возьмут там формулу

$$P_{\text{габ}}[\text{Вт}] = f_{\text{раб}}[\text{Гц}] \frac{S_{\text{сеч}}[\text{см}^2] S_{\text{окна}}[\text{см}^2] B_{\text{насыщ}}[\text{Тл}]}{150} \quad (1.48)$$

Идем теперь в Интернет и выбираем сердечник подходящих размеров (диаметра и площади сечения магнитопровода), магнитной проницаемости и граничной частоты.

1.3.5. Число витков на вольт. Вторым шагом справочники для инженеров велят считать по сечению выбранного сердечника число витков на вольт (или, что то же самое — эдс витка). Соображения, положенные в основу расчета, мы неоднократно приводили выше: (1.8), (1.33).

Эдс витка берется из площади сердечника S , периода рабочей частоты $T = 1/f_{\text{раб}}$, изменения индукции ΔB (которое в разных схемах включения может быть и $2B_{\text{насыщ}}$, и даже $0,5B_{\text{насыщ}}$):

$$\varepsilon_{\text{витка}} \left[\frac{\text{В}}{\text{ВИТ}} \right] = \frac{S[\text{м}^2] \Delta B[\text{Тл}]}{T[\text{с}]} = f_{\text{раб}}[\text{Гц}] \cdot \Delta B[\text{Тл}] \cdot S[\text{см}^2] \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{м}^2}{\text{см}^2} \right] \quad (1.49)$$

Число витков в каждой из обмоток (обмотки перенумерованы индексом k) вычисляем затем из напряжений на них, сообразно выражению

$$N_k = \frac{U_k}{\varepsilon_{\text{витка}} \left[\frac{\text{В}}{\text{ВИТ}} \right]} \quad (1.50)$$

Наши в дамках (почти).

Для «полировки» результата можно еще индуктивность каждой обмотки рассчитать, чтобы трансформатор, перед тем как взять в руки паяльник, на симуляторе прогнать. Не забывайте только, что индуктивность каждой из обмоток пропорциональна квадрату числа витков, так что в Spice-модель надо вводить соответствующим образом скорректированные числа, чтобы получить нужный коэффициент трансформации

$$K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}.$$

1.3.6. Сечение проводов обмотки. Древние справочники по расчету трансформаторов на синусоидальный ток 50 Гц велели выбирать диаметр провода по формуле

$$d[\text{мм}] = 0,02\sqrt{I[\text{мА}]}, \quad (1.51)$$

т.е. исходили из плотности тока 3,2 А/мм². Автор за жизнь намотал десятки трансформаторов, и этот способ расчета его ни разу не подвел. Однако при частотах преобразования выше 100 кГц уже не стоит забывать о скин-эффекте (на частоте 100 кГц глубина скин-слоя в меди 210 мкм). Несомненно, что (1.51) — это нижний предел сечения провода.

1.4. Схемы из резисторов и конденсаторов

Рассмотрим гирлянду из двух радиоэлектронных пассивных элементов (рис. 17).

Если к верхнему из двух резисторов на схеме рис. 17 приложить напряжение U_{in} , ток через пару резисторов $R_1 + R_2$ будет по закону Ома определяться их суммой:

$$I = \frac{U_{in}}{R_1 + R_2}, \quad (1.52)$$

а падение напряжения на нижнем из резисторов R_2 будет определяться током $U_{out} = IR_2$. В итоге получим выражение для коэффициента передачи цепочки по напряжению

$$K = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.53)$$

Оказывается, напряжения и токи можно рассматривать применительно к этой формуле не только как постоянные величины. Для переменного тока,

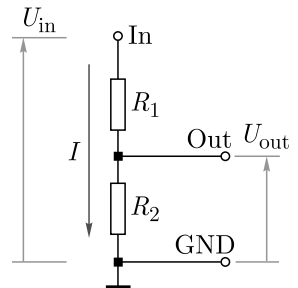


Рис. 17. Делитель напряжения из резистора и резистора

когда все напряжения и токи можно представить в виде синусоидальных колебаний на одной определенной частоте ω , для вычислений их величин отлично работает арифметика комплексных чисел. Входное напряжение можно представить зависящим от времени как

$$U_{\text{in}}(t) = U_{\text{in}0} e^{i(\omega t + \phi_{\text{in}})}, \quad (1.54)$$

где $U_{\text{in}0}$ — это комплексное число, имеющее действительную и мнимую компоненту в соответствии с формулой Эйлера:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi. \quad (1.55)$$

Поскольку нам обычно безразличен точный момент начала времени, мы в большинстве случаев можем безнаказанно объявить начальную фазу ϕ_{in} в выражении (1.54) нулем, и в дальнейшем его не писать. По этой же причине мы можем по своему произволу объявить комплексную амплитуду входного напряжения чисто действительным числом.

В случае, когда рассматривается возбуждающий колебания сигнал на одной-единственной частоте (1.54), фактор $e^{i(\omega t + \phi_{\text{in}})}$ окажется одинаков для всех выражений про токи и напряжения в схеме, так что его в арифметике комплексных вычислений можно безнаказанно отбросить. Совсем не учитывать его было бы, конечно, неразумно (все-таки мы намерены описывать колебательный процесс), но не обязательно его всякий раз писать.

Все остальные токи и напряжения в схеме тоже являются комплексными числами, притом каждый элемент (присвоим ему индекс i) имеет свой коэффициент пропорциональности Z_i между [комплексным] током через него I_i и [комплексным] падением напряжения на нем U_i :

$$Z_i = \frac{U_i}{I_i}. \quad (1.56)$$

Этот комплексный множитель, аналогичный сопротивлению у обычного резистора, называется импедансом. Нетрудно убедиться, что для резистора, конденсатора и катушки индуктивности (с номиналами соответственно R, C, L) их импеданс выражается формулами

$$Z_R = R, \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C}, \quad Z_L = i\omega L. \quad (1.57)$$

В таком случае схему делителя напряжения следует переобозначить, как показано на рис. 18.

Тогда для гирлянды делителя, составленной из произвольных элементов R , C или L , имеющих на схеме рис. 18 импедансы Z_1 и Z_2 , коэффициент передачи (1.53) переписывается как

$$K = \frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}. \quad (1.58)$$

Использование арифметики комплексных чисел значительно облегчает расчет поведения электрических схем из R - L - C компонентов на переменном токе единственной частоты ω в задаче. Область пригодности этой теории совсем не ограничивается расчетом цепей 220 В/50 Гц, подключенных к розетке переменного тока. Есть на свете теорема Фурье, состоящая в том, что любой разумный процесс²⁵, зависящий от времени как $X(t)$, всегда представим однозначно в виде суммы синусоидальных колебаний с разными частотами $Y(\omega)$

$$Y(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \exp(-i\omega t) dt \quad \text{и} \quad X(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (1.59)$$

Это означает, что часто гораздо удобнее проделать вычисления с использованием импедансов элементов на каждой отдельно частотной компоненте входного сигнала, а затем получить зависимость выходного сигнала от времени путем суммирования (интегрирования) всех его частотных компонент.

1.4.1. Интегрирующая RC-цепочка. Рассмотрим схему делителя напряжения, представленную на рис. 19.

Коэффициент деления такой цепочки выражается так:

$$K = \frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} = \frac{1}{R + \frac{1}{i\omega C}}. \quad (1.60)$$

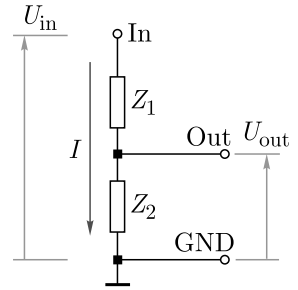


Рис. 18. Делитель напряжения из произвольных реактивных элементов. Значения импеданса выражаются для резистора, конденсатора и катушки индуктивности так:
 $Z_R = R$, $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$,
 $Z_L = i\omega L$

²⁵ Математическое требование — функция $X(t)$ должна быть ограниченной и иметь конечное число разрывов на отрезке рассмотрения.

Нетрудно видеть, что в пределе $R \ll \frac{1}{i\omega C}$ выражение (1.60) обращается в единицу. Это бывает, когда $\omega \rightarrow 0$. На низких (нулевых) частотах коэффициент пропускания делителя равен единице, что соответствует здравому смыслу: после подключения батарейки к клемме IN на рисунке конденсатор рано или поздно зарядится через резистор, и на клемме OUT окажется напряжение, равное напряжению на батарейке.

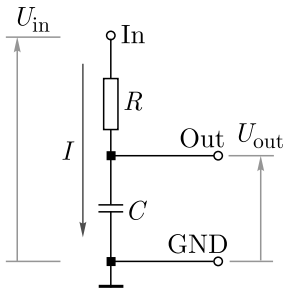


Рис. 19. Интегрирующая RC-цепочка

Вычислим (1.60) зависимость от частоты амплитуды и фазы коэффициента пропускания цепочки, изображенной на рис. 19. Результат показан на рис. 20.

На рисунке видно, что модуль коэффициента пропускания на высоких частотах мало чем отличается от гиперболы (она на графике рядом и нарисована,

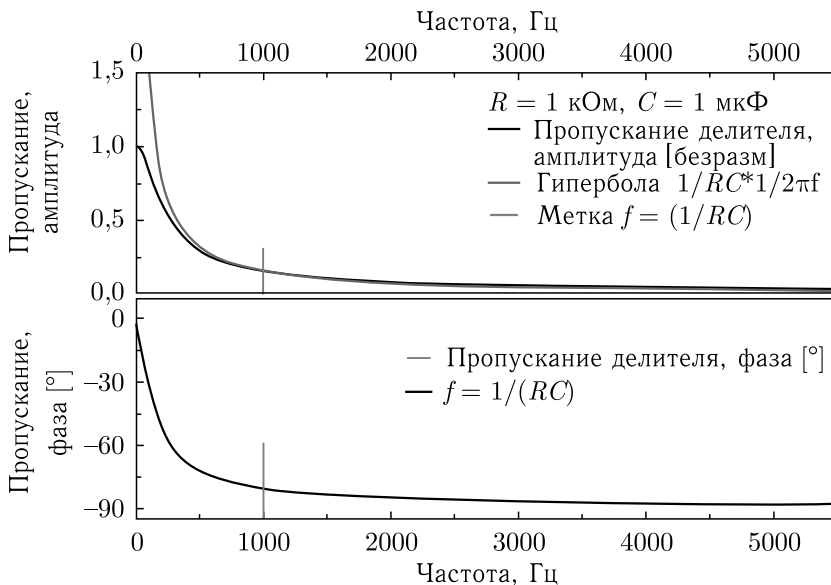


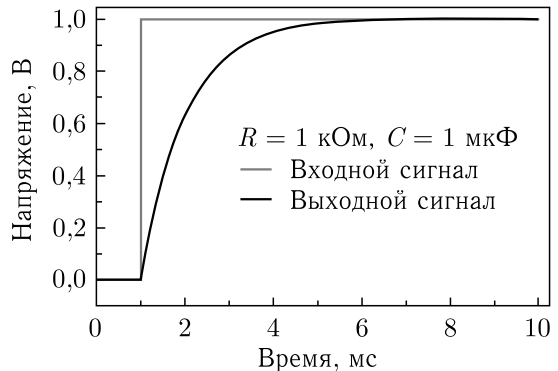
Рис. 20. Коэффициент пропускания (деления) K_{R+C} гирлянды из конденсатора и резистора, изображенной на рис. 19, при подаче на ее вход синусоидального напряжения U_{in} с колебанием по закону $U_{in} = \cos(\omega t)$, и зависимости амплитуды и фазы этого коэффициента от частоты входного сигнала. Точка $f = \frac{1}{RC}$ показана на графиках вертикальной меткой

для сравнения). На низких (нулевых) частотах амплитуда пропускания, как мы и ожидали, равняется единице, а фаза прошедшего сигнала имеет сдвиг ноль относительно входного сигнала. На больших частотах амплитуда коэффициента пропускания спадает по модулю как $1/\omega$, а сдвиг фазы приближается к значению -90° . Такое поведение выходного сигнала на бесконечных частотах похоже на результат операции интегрирования. Интегрирование функции $\exp(i\omega t)$ должно закономерно приводить к результату $\frac{1}{i\omega} \exp(i\omega t)$. На высоких частотах рис. 20 мы ровно это и видим: модуль коэффициента передачи спадает как $\frac{1}{\omega}$, а фаза соответствует превращению члена $\{\cos(\omega t)\}$ из формулы Эйлера в член $\{-i \sin(\omega t)\}$. В качестве масштаба по оси частот у нас есть только одна величина — соотношение постоянной времени $\tau_{RC} = RC$ и частоты $\omega = 2\pi f$. Выше частот порядка обратной постоянной времени делительная цепочка работает как интегратор сигнала, на нулевой и явно низкой по отношению к $1/\tau_{RC}$ частоте цепочка пропускает сигнал практически как он есть, а в середине цепочка пропускает сигнал как попало.

Таким образом, следует отдавать себе отчет, что RC -цепочка, изображенная на рис. 19, хотя и называется на сленге радиоинженеров «интегрирующей цепочкой», в действительности полноценного интегрирования входного сигнала во времени не осуществляет.

Отклик «интегрирующей цепочки» с номиналами элементов $R = 1$ кОм, $C = 1$ мкФ на ступеньку входного напряжения показан на рис. 21. Первое время после наступления ступеньки выходное напряжение начинает расти линейно во времени, однако потом становится ясно, что это не прямая, а экспонента.

Рис. 21. Прохождение через делитель напряжения, показанный на рис. 19, импульса ступеньки напряжения. При номиналах элементов $R = 1$ кОм, $C = 1$ мкФ постоянная времени цепочки составляет $\tau_{RC} = RC = 1$ мс. За это время напряжение выходного сигнала экспоненциально приближается к конечному на $1 - \frac{1}{e} = 63\%$



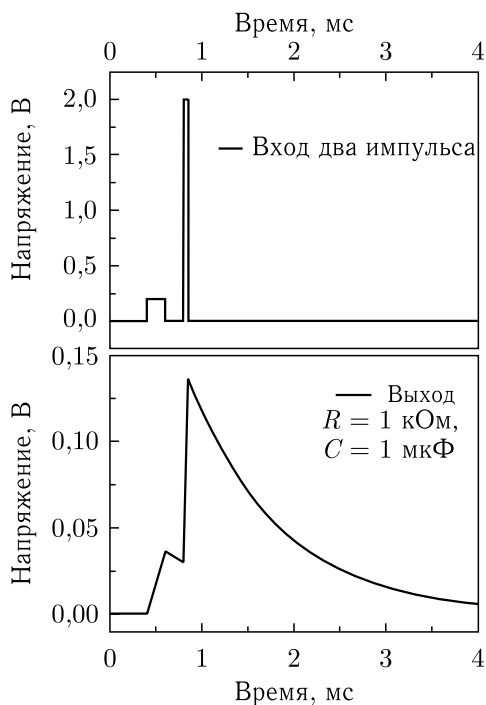


Рис. 22. Напряжение на выходе «интегрирующей цепочки» (нижний график) при подаче на вход двух прямоугольных импульсов (верхний график). Элементы на рис. 19 имеют значения $R = 1 \text{ кОм}$, $C = 1 \text{ мкФ}$. Схема в масштабе времени 0,5–1 мс ведет себя как подобает интегратору: скорость нарастания выходного сигнала пропорциональна мгновенному напряжению входного сигнала. Однако в масштабе 3–5 мс становится заметно, что накопленный сигнал имеет тенденцию к экспоненциальному «распаду», с постоянной времени экспоненты разряда $\tau_{RC} = RC = 1 \text{ мс}$

Интегрирующий характер работы «интегрирующей цепочки» более подробно можно разглядеть на рис. 22. На вход цепочки подается два последовательных импульса. Мы специально подобрали их в симуляции совершенно разнородными по амплитуде и длительности.

На рисунке видно, что в масштабе времени короче 1 мс схема в целом ведет себя подобно интегратору. Скорость нарастания выходного напряжения пропорциональна мгновенному значению входного. Нарастание сигнала начинается при подаче ненулевого входного напряжения и прекращается при его обнулении. Однако на рисунке видно также, что во временных масштабах

порядка нескольких миллисекунд неидеальность «интегрирования» начинает бросаться в глаза. Мы видим не только экспоненциальный распад выходного сигнала по окончании второго из импульсов, но и некоторое снижение выходного напряжения в интервале между импульсами. Идеальный интегратор, разумеется, должен при обнулении входного сигнала держать напряжение выходного сигнала совершенно постоянным.

Вывод по интегрирующей RC -цепочке мы уже декларировали выше: она ведет себя очень похоже на интегратор, но во временных масштабах заметно короче постоянной времени пары резистор-конденсатор $\tau_{RC} = RC$. Однако при аккуратном выборе постоянной времени интегрирующая цепочка вполне справляется с функцией интегрирования во времени. В качестве фильтрующего элемента для выделения среднего значения протектированного сигнала такая цепочка даже предпочтительна: при обнулении входного сигнала напряжение на ее выходе постепенно также превращается в ноль, а не остается постоянным.

1.4.2. Дифференцирующая RC -цепочка. Переставим теперь местами резистор и конденсатор на рис. 19, чтобы получилось, как на рис. 23.

Коэффициент деления такой цепочки выражается так:

$$K = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{R}{\frac{1}{i\omega C} + R}. \quad (1.61)$$

Когда член $\frac{1}{i\omega C}$ в знаменателе весьма велик по сравнению со слагаемым R , выражение (1.61) упрощается к виду

$$K = \frac{R}{\frac{1}{i\omega C} + R} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \frac{R}{\frac{1}{i\omega C}} = i\omega RC. \quad (1.62)$$

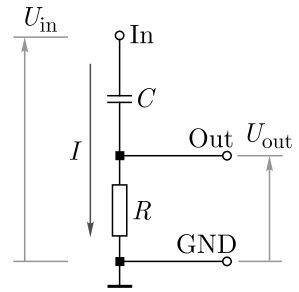


Рис. 23. Дифференцирующая RC -цепочка

Итак, на низких частотах входное напряжение превращается в выходное путем умножения на $i\omega$, как и подобает производной. Напротив, в пределе $\omega \rightarrow \infty$ (на очень высоких по сравнению с RC частотах) выражение (1.61) обращается в единицу. Такое поведение цепочки нетрудно вообразить с помощью здравого смысла: быстро перезарядить конденсатор затруднительно, так что на высоких частотах (на коротких временах) напряжение на нем остается неизменным, и конденсатор передает на выход схемы входное напряжение без искажений.

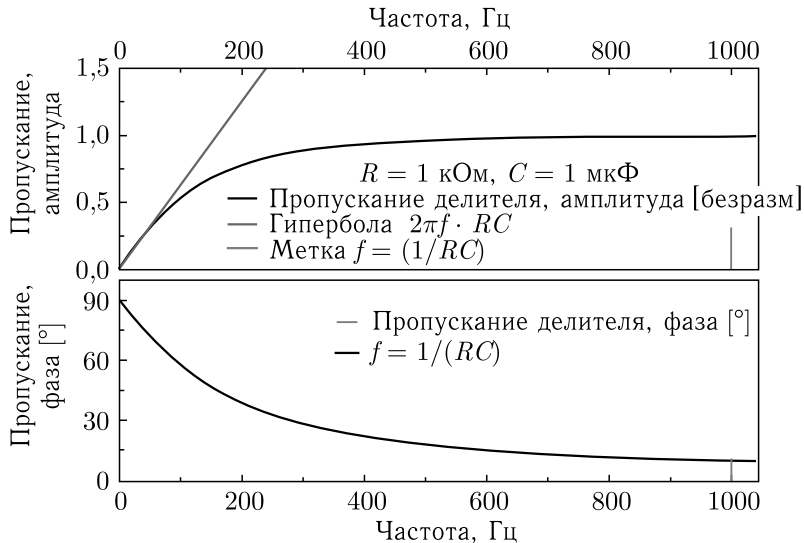


Рис. 24. Коэффициент пропускания (деления) K_{R+C} гирлянды из конденсатора и резистора, изображенной на рис. 23, при подаче на ее вход синусоидального напряжения U_{in} с колебанием по закону $U_{in} = \cos(\omega t)$, и зависимости амплитуды и фазы этого коэффициента от частоты входного сигнала. Точка $f = \frac{1}{RC}$ показана на графиках вертикальной меткой

Следуя логике изложения, принятой нами в описании интегрирующей цепочки, приведем АЧХ и ФЧХ коэффициента пропускания (1.61) на рис. 24.

Как мы и ожидали, на малых частотах коэффициент пропускания полностью соответствует дифференцированию по времени: модуль коэффициента пропускания растет как прямая $i\omega RC$, а фаза выходного сигнала опережает фазу входного сигнала на 90° . По мере увеличения частоты поведение цепочки начинает отличаться от дифференцирования: модуль коэффициента пропускания стремится к единице, а его фаза — к нулю градусов.

Аналогичным образом реакция дифференцирующей цепочки (рис. 23) на прямоугольную ступеньку показана на рис. 25.

Производная абсолютно резкой ступеньки (функции Хевисайда) должна быть в идеальном математическом мире дельта-функцией, высота которой в точке фронта превышает любую мыслимую величину. Длительность этой дельта-функции должна в математическом мире равняться нулю. Дифференцирующая RC -цепочка ведет себя похоже, но явно отклоняется от вообража-

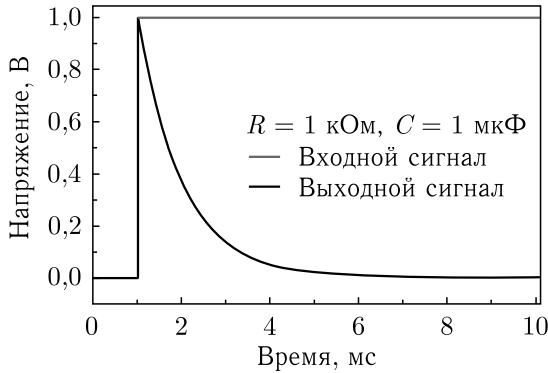


Рис. 25. Прохождение через делитель напряжения, показанный на рис. 23, импульса ступеньки напряжения. При номиналах элементов $R = 1 \text{ кОм}$, $C = 1 \text{ мкФ}$ постоянная времени цепочки составляет $\tau_{RC} = RC = 1 \text{ мс}$. За это время напряжение выходного сигнала экспоненциально приближается к нулю, достигая значения $\frac{1}{e} = 37\%$

емого нами идеала. Амплитуда импульса в точности равняется высоте поступившего на вход перепада (неудивительно: очень быстрые сигналы проходят через конденсатор неизменными, поскольку заряд на конденсаторе не успевает измениться). Длительность выходного импульса равняется постоянной времени цепочки $\tau = RC$.